



ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

Mã đề thi 132

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $-1-2i, 4-4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

- A. $-1-3i$. B. $1-3i$. C. $-3+9i$. D. $3-9i$.

Câu 2: Tìm nghiệm của phương trình $\log_9(x+1) = \frac{1}{2}$.

- A. $x = \frac{7}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = -4$. D. $x = 4$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 4: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 5: Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây sai?

- A. $S = \pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $S = 4\pi R^2$. D. $3V = S.R$.

Câu 6: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

- A. 3. B. 5. C. 9. D. 7.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 3a$, $AC = 4a$, $BD = 5a$, $ABCD$ là hình thoi. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $30a^3$. B. $27a^3$. C. $20a^3$. D. $60a^3$.

Câu 9: Mô đun của số phức $z = 12 - 5i$ là

- A. 7. B. 5. C. 13. D. 17.

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

- A. $(0; 2)$. B. $(2; -2)$. C. $(0; -2)$. D. $(2; 2)$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

- A. $10x + C$. B. $x^5 + 2$. C. $x^5 + 2x + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$.

Câu 12: Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

- A. $e - e^2$. B. $e^2 + e$. C. $e^2 - e$. D. $e^2 - 1$.

Câu 13: Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x + 2y$ bằng

- A. 30. B. 50. C. 80. D. 70.

Câu 14: Cho a, b, c là các số thực dương, a khác 1. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$.
C. $\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b$. D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{1}{3}a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 16: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $y = -6$. D. $y = 2$.

Câu 17: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính thể tích khối trụ có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai mặt của hình lập phương đó.

- A. $\frac{1}{6}\pi a^3$. B. $\frac{2}{3}\pi a^3$. C. $\frac{1}{2}\pi a^3$. D. $2\pi a^3$.

Câu 18: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_2(1+x) < 2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

- A. $P = 4$. B. $P = 6$. C. $P = 5$. D. $P = 3$.

Câu 19: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

- A. 24. B. 256. C. 210. D. 4.

Câu 20: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (1; +\infty)$.

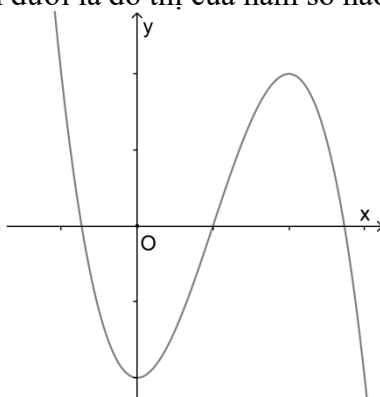
Câu 21: Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

- A. $(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i)$. B. $(\sqrt{2} + 3i) \cdot (\sqrt{2} - 3i)$.
C. $\frac{2+3i}{2-3i}$. D. $(2+2i)^2$.

Câu 22: Cho hàm số $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$. B. $x^2 y' + xy'' + 2y = 0$.
C. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$. D. $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.

Câu 23: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 24: Gọi z_1 và $z_2 = 4 + 2i$ là hai nghiệm của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$). Tính $T = |z_1| + 3|z_2|$.

- A. $T = 6$. B. $T = 4\sqrt{5}$. C. $T = 8\sqrt{5}$. D. $T = 2\sqrt{5}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là

- A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $\frac{-5}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$	-1	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

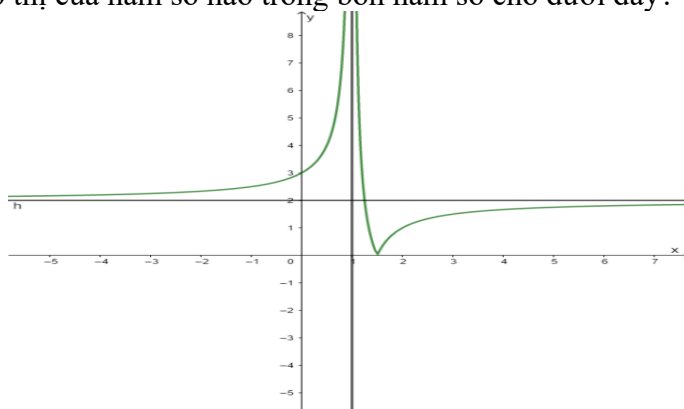
Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $[1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$.

- A. $-2i$. B. $-i$. C. 2 . D. -1 .

Câu 28: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây?

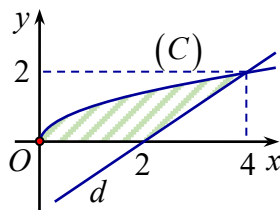


A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-3}{|x-1|}$. C. $y = \left| \frac{2x-3}{x-1} \right|$. D. $y = \frac{|2x-3|}{x-1}$.

Câu 29: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a \ln b + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 30: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}$, $y = x-2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 31: Giải bất phương trình $(7+4\sqrt{3})^{x-1} < 7-4\sqrt{3}$.

A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x > 0$. D. $x < 0$.

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{-x^2+x-6}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. -3. B. $3+4\sqrt{2}$. C. $3-4\sqrt{2}$. D. -6.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

A. 3π . B. 4π . C. $\sqrt{13}\pi$. D. $2\sqrt{2}\pi$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P) .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 35: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$; $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. 120° . B. 90° . C. 0° . D. 60° .

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2;1;0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

- A. $(0;9;-9)$. B. $(0;6;9)$. C. $(0;6;-9)$. D. $(0;-9;9)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm y' như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
y'	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi

- A. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$. B. $m > f(1) - e$. C. $m \geq f(1) - e$. D. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

Câu 40: Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Biết lãi suất hàng tháng là 0,5%, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn và số tiền gửi hàng tháng là như nhau. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây?

- A. 14.261.000 (đồng). B. 14.261.500 (đồng).
C. 14.260.500 (đồng). D. 14.260.000 (đồng).

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $y = \log_2(f(2x))$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

- A. $(1;2)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

Câu 42: Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R là

- A. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$. B. $R\sqrt{3}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. $I = 12$. B. $I = 112$. C. $I = 28$. D. $I = 144$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ B đến (ACE) .

- A. $\frac{4a}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. a . D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 45: Gọi A là tập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra từ A hai số. Tính xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau.

- A. $\frac{35}{5823}$. B. $\frac{41}{5823}$. C. $\frac{14}{1941}$. D. $\frac{41}{7190}$.

Câu 46: Một người lập kế hoạch gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2019, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn 10% so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là 0,5% mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạch như vậy, đến hết tháng 12 năm 2020, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 922 756 000 đồng. B. 918 165 000 đồng.
C. 832 765 000 đồng. D. 926 281 000 đồng.

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ (C), $y = x+m$ (d). Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B . Giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2020} + k_2^{2020}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 48: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $17 + \sqrt{6}$. B. $17 - 2\sqrt{6}$. C. $17 - \sqrt{6}$. D. $17 + 2\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Biết mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N , thể tích của khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- A. $\frac{9a^3}{4}$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $\frac{11a^3}{3}$.

Câu 50: Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 - 1$.

- A. 6. B. $3\sqrt[3]{2}$. C. 8. D. 7.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	B	A	B	A	A	C	A	C	C	D	B	A	D	C	D	A	A	D	C	C	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	D	A	D	D	C	C	D	B	D	C	D	B	A	D	B	A	B	A	B	B	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $-1-2i, 4-4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là
A. $-1-3i$. **B.** $1-3i$. **C.** $-3+9i$. **D.** $3-9i$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ các điểm $A(-1;-2), B(4;-4), C(0;-3)$.

Suy ra trọng tâm tam giác là $G(1;-3)$, biểu diễn cho số phức $z = 1 - 3i$.

- Câu 2:** Tìm nghiệm của phương trình $\log_9(x+1) = \frac{1}{2}$.
A. $x = \frac{7}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_9(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là
A. $\vec{n} = (2;-1;1)$. **B.** $\vec{n} = (2;0;1)$. **C.** $\vec{n} = (2;-1;0)$. **D.** $\vec{n} = (2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 4:** Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
C. $(-\infty;+\infty) \setminus \{1\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D.$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 5: Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây sai?

A. $S = \pi R^2$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $3V = S.R$.

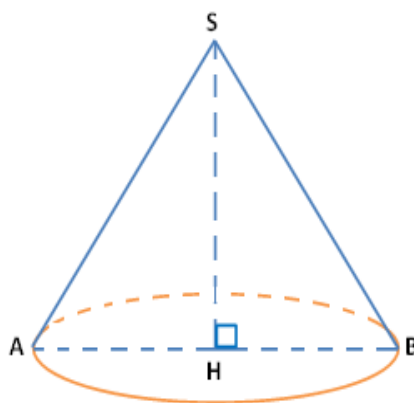
Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } S = 4\pi R^2, V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow 3V = 4\pi R^3 = S.R.$$

$\Rightarrow$ đáp án **A** sai.

Câu 6: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Độ dài đường cao là } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 9.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có bán kính là $R = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (-3)^2} - 5 = 3$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 3a$, $AC = 4a$, $BD = 5a$, $ABCD$ là hình thoi. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $30a^3$.

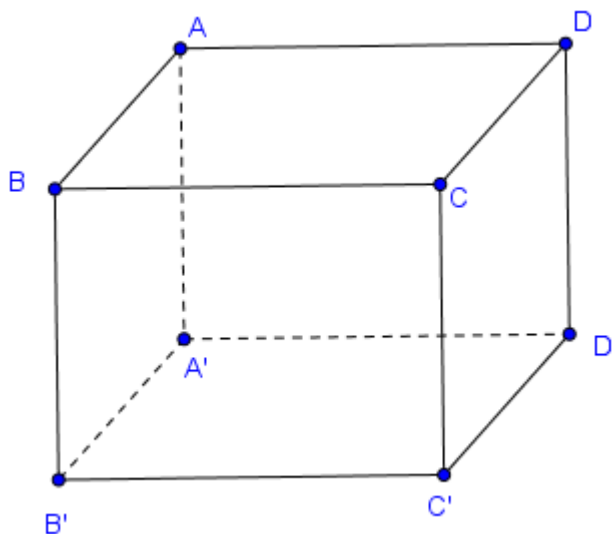
B. $27a^3$.

C. $20a^3$.

D. $60a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V = S.h = \frac{1}{2} AC.BD.AA' = \frac{1}{2} .3a.4a.5a = 30a^3$.

Câu 9: Môđun của số phức $z = 12 - 5i$ là

A. 7.

B. 5.

C. 13.

D. 17.

Lời giải

Chọn C

Môđun của số phức z là: $|z| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$.

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

A. $(0; 2)$.

B. $(2; -2)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x^2 + 2; y' = 3x^2 - 6x; y'' = 6x - 6$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases};$$

$f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow (0; 2)$ là điểm cực đại.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

A. $10x + C$.

B. $x^5 + 2$.

C. $x^5 + 2x + C$.

D. $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int (5x^4 + 2)dx = x^5 + 2x + C.$$

Câu 12: Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

A. $e - e^2$.

B. $e^2 + e$.

C. $e^2 - e$.

D. $e^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_0^1 e^{x+1} dx = \int_0^1 e^{x+1} d(x+1) = e^{x+1} \Big|_0^1 = e^2 - e.$$

Câu 13: Biết bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x + 2y$ bằng

A. 30.

B. 50.

C. 80.

D. 70.

Lời giải

Chọn D

Do bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên ta có:
$$\begin{cases} x = \frac{5+15}{2} \\ 15 = \frac{x+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}.$$

Vậy $3x + 2y = 3.10 + 2.20 = 70$.

Câu 14: Cho a, b, c là các số thực dương a khác 1. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$.

C. $\log_a b^c = c \log_a b$.

D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+ $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c \Rightarrow A$ đúng, B sai.

+ $\log_a b^c = c \log_a b \Rightarrow C$ đúng.

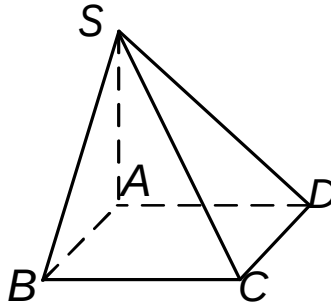
+ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \Rightarrow D$ đúng.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao $SA = 3a$, diện tích đáy $S = a^2$ là: $V = \frac{1}{3}.a^2.3a = a^3$.

Câu 16: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

- A.** $y = 3$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = -6$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 - \frac{6}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

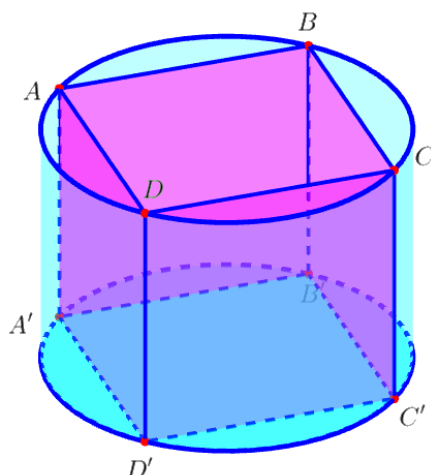
Vậy: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là $y = 2$.

Câu 17: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính thể tích khối trụ có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai mặt của hình lập phương đó.

- A.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: Bán kính khối trụ $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Chiều cao khối trụ $h = a$.

Vậy: Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \frac{1}{2} \pi a^3$.

Câu 18: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_2(1+x) < 2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

A. $P = 4$.

B. $P = 6$.

C. $P = 5$.

D. $P = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(1+x) < 2 \Leftrightarrow 0 < 1+x < 4 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Suy ra: Bất phương trình có hai nghiệm nguyên dương là $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Vậy: $P = x_1 + x_2 = 3$.

Câu 19: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 24.

B. 256.

C. 210.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được $4! = 24$ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau.

Câu 20: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Tập xác định D của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 21: Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

- A. $(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i)$. B. $(\sqrt{2} + 3i) \cdot (\sqrt{2} - 3i)$.
C. $\frac{2 + 3i}{2 - 3i}$. D. $(2 + 2i)^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phức có phần thực bằng 0 là số thuần ảo nên :

$$(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i) = 2\sqrt{2} \text{ nên loại phương án A}$$

$$(\sqrt{2} + 3i) \cdot (\sqrt{2} - 3i) = 11 \text{ nên loại phương án B}$$

$$\frac{2 + 3i}{2 - 3i} = \frac{-5}{13} + \frac{12}{13}i \text{ nên loại phương án C}$$

$$(2 + 2i)^2 = 8i \text{ có phần thực bằng 0 nên là số thuần ảo. Chọn phương án D.}$$

Câu 22: Cho hàm số $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$. B. $x^2 y' + xy'' + 2y = 0$. C. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$. D. $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.

Lời giải

Chọn C

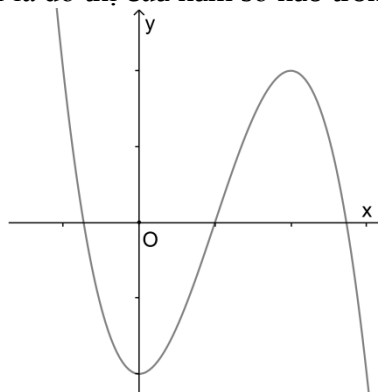
$$\text{Ta có } y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) + x \left[-\frac{1}{x} \sin(\ln x) + \frac{1}{x} \cos(\ln x) \right] = 2 \cos(\ln x)$$

$$\text{nên } y'' = -\frac{2}{x} \sin(\ln x).$$

$$\text{Do đó } x^2 y'' - xy' = -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) = -2x [\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] = -2y.$$

$$\text{Vậy } x^2 y'' - xy' + 2y = 0.$$

Câu 23: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy đồ thị là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$ nên loại các phương án A, B.

Vì hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ nên phương trình $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$.

Phương án C có $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên chọn.

Câu 24: Gọi z_1 và $z_2 = 4 + 2i$ là hai nghiệm của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$). Tính $T = |z_1| + 3|z_2|$.

- A. $T = 6$. B. $T = 4\sqrt{5}$. C. $T = 8\sqrt{5}$. D. $T = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có hai nghiệm là hai số phức liên hợp.

Mà $z_2 = 4 + 2i$ nên $z_1 = 4 - 2i$, do đó $T = |z_1| + 3|z_2| = 4\sqrt{20} = 8\sqrt{5}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là

- A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $\frac{-5}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_1 = (1; 2; -2)$ là 1 vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và $\vec{n}_2 = (1; -3; 5)$ là 1 vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Gọi $\varphi = (\widehat{(P), (Q)})$ ta có

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 - 6 - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 5^2}} = \frac{15}{3\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35}}{7}.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	-1		-2	

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $[1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < -m \leq -1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$.

- A. $-2i$. B. $-i$. C. 2 . D. -1 .

Lời giải

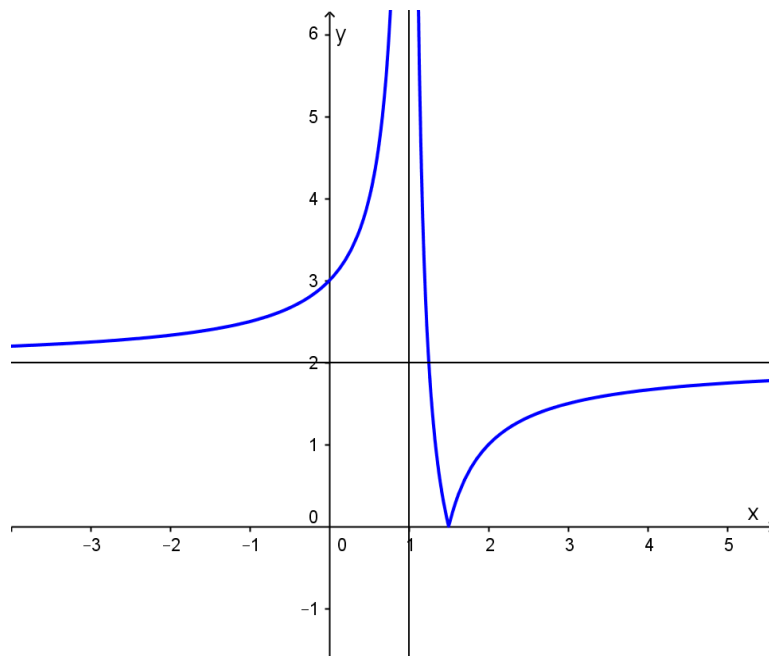
Chọn B

Ta có $(1+i)\bar{z}-1-3i=0 \Leftrightarrow \bar{z}=\frac{1+3i}{1+i} \Leftrightarrow \bar{z}=2+i \Rightarrow z=2-i$.

Do đó $w=1-iz+\bar{z}=1-i(2-i)+2+i=2-i$.

Vậy phần ảo của số phức $w=1-iz+\bar{z}$ là -1 .

Câu 28: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây?



A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-3}{|x-1|}$.

C. $y = \left| \frac{2x-3}{x-1} \right|$.

D. $y = \frac{|2x-3|}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị hàm số nằm hoàn toàn trên trục hoành nên chọn C.

Câu 29: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a \ln b + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

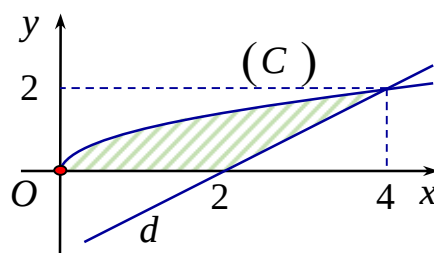
D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } I &= \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = \int_0^1 \frac{x^2-2x+1}{x^2+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{2x}{x^2+1} \right) dx = \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx = 1 - \int_0^1 \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} \\ &= 1 - \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = 1 - \ln 2 = -\ln 2 + 1 = a \ln b + c \Rightarrow a = -1; b = 2; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 2. \end{aligned}$$

Câu 30: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}$, $y = x-2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là 0

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = x - 2$ và trục hoành là 2

Hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y = x - 2$ là 4

+) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành là: $S = S_1 + S_2$

Với S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = \sqrt{x}$ và trục hoành và đường $x = 0; x = 2$.

$$\Rightarrow S_1 = \int_0^2 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} \Big|_0^2 = \frac{2}{3} 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Với S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = \sqrt{x}$ và các đường thẳng $y = x - 2$; $x = 2; x = 4$.

$$\Rightarrow S_2 = \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{16}{3} - \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} + 2 \right) = \frac{10}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Do đó, $S = S_1 + S_2 = \frac{10}{3}$

Câu 31: Giải bất phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < 7 - 4\sqrt{3}$.

A. $x > 1$.

B. $x < 1$.

C. $x > 0$.

D. $x < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Bất phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < (7 + 4\sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow x - 1 < -1 \Leftrightarrow x < 0$

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{-x^2 + x - 6}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. -3.

B. $3 + 4\sqrt{2}$.

C. $3 - 4\sqrt{2}$.

D. -6.

Lời giải

Chọn D.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$y' = \frac{-x^2 - 2x + 7}{(x+1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - 2\sqrt{2} \notin [0; 3] \\ x = -1 + 2\sqrt{2} \in [0; 3] \end{cases}.$$

$$y(0) = -6; \quad y(-1 + 2\sqrt{2}) = 3 - 4\sqrt{2}; \quad y(3) = -3.$$

Kết luận $\min_{x \in [0; 3]} y = y(0) = -6$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

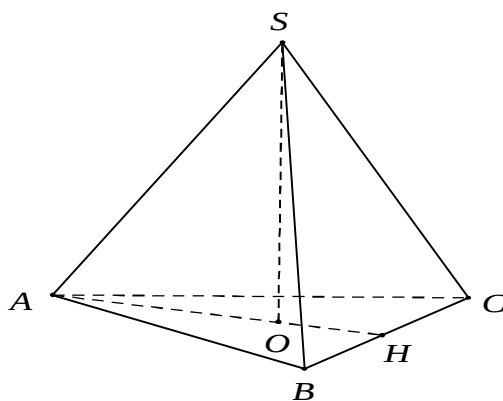
A. 3π .

B. 4π .

C. $\sqrt{13}\pi$.

D. $2\sqrt{2}\pi$.

Lời giải



Chọn C.

Từ giả thiết suy ra hình chóp $S.ABC$ đều $\Rightarrow$ hình chiếu của đỉnh S trên $mp(ABC)$ trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

+ Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = AO = \sqrt{3}$.

+ Chiều cao khối nón là $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{13}$.

Thể tích khối nón cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \pi\sqrt{13}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P) .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}.$

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}.$

C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}.$

D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{1}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{n}_p = (1; -2; 1)$ là VTPT của (P) . Vì $d \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_p$ là VTCP của d .

Suy ra loại B. Ta thấy điểm M thuộc đường thẳng có phương trình $\frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Vậy $d: \frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 35: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a; BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. 120° .

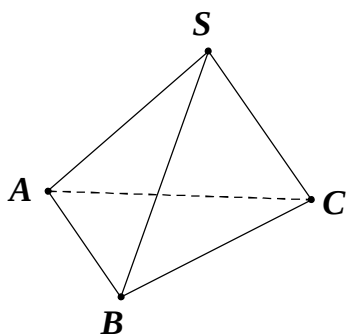
B. 90° .

C. 0° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Do $SA = SB = SC = AB = AC = a; BC = a\sqrt{2}$ suy ra hai tam giác SAB , SAC là các tam giác đều và tam giác SBC vuông cân tại S .

Ta có $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$

$\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ \Rightarrow (SC, AB) = 60^\circ$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

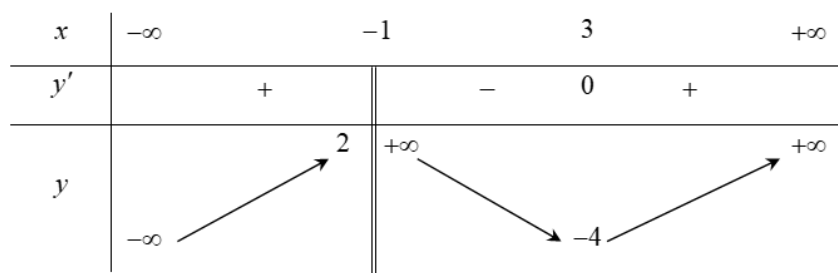
Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 1)$ là VTCP của đường thẳng AB .

Vậy phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:



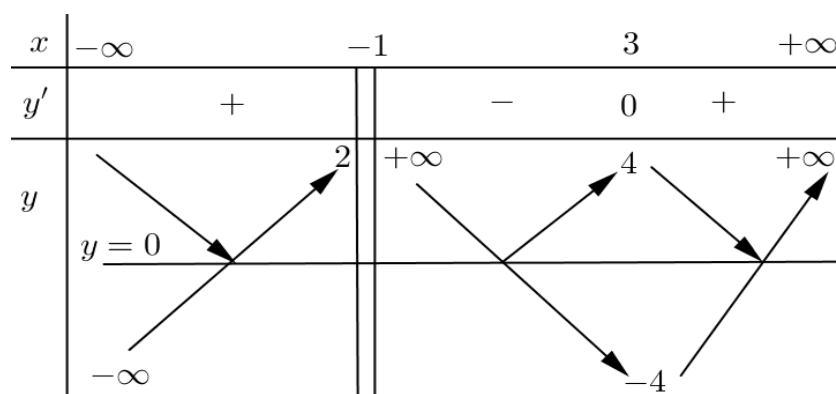
Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Bảng biến thiên của hàm $y = |f(x)|$



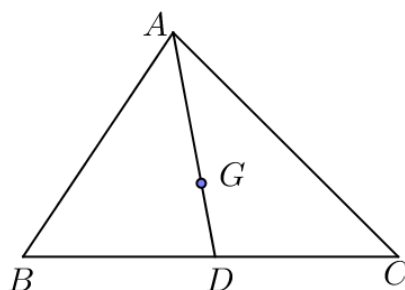
Hàm số $y = |f(x)|$ có 4 điểm cực trị.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

- A. $(0; 9; -9)$. B. $(0; 6; 9)$. C. $(0; 6; -9)$. D. $(0; -9; 9)$.

Lời giải

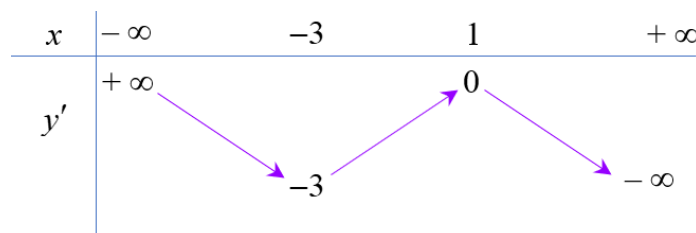
Chọn C



Gọi D là trung điểm BC . Ta có $\overrightarrow{AG} = (0; 2; -3)$.

Mặt khác: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} = (0; 6; -9)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm y' như sau:



Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.

B. $m > f(1) - e$.

C. $m \geq f(1) - e$.

D. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m \Leftrightarrow m \geq \max_{[-1;1]} g(x)$

Xét $g(x) = f(x) - e^x$ với $x \in [-1; 1]$

Ta có $g'(x) = f'(x) - e^x$, trên khoảng $(-1; 1)$: $\begin{cases} f'(x) < 0 \\ e^x > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) - e^x < 0$.

$$\Rightarrow \max_{[-1;1]} g(x) = g(-1) = f(-1) - \frac{1}{e}.$$

Vậy $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

Câu 40: Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Biết lãi suất hàng tháng là 0,5%, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn và số tiền gửi hàng tháng là như nhau. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây?

A. 14.261.000 (đồng).

B. 14.261.500 (đồng).

C. 14.260.500 (đồng).

D. 14.260.000 (đồng).

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức: $T_n = \frac{a}{m} \left((1+m)^n - 1 \right) (1+m)$, với

$$T_n = 10^9, m = 0,5\%, n = 5.12 = 60.$$

$$\text{Ta được } 10^9 = \frac{a}{0,5\%} \left[(1+0,5\%)^{60} - 1 \right] (1+0,5\%) \Rightarrow a \approx 14261494,06 \text{ đồng.}$$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = \log_2(f(2x))$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = \log_2(f(2x)) \Rightarrow y' = \frac{2f'(2x)}{f(2x) \cdot \ln 2}$$

Vì $f(2x) \cdot \ln 2 > 0 \Rightarrow$ Để hàm số $y = \log_2(f(2x))$ luôn đồng biến trên khoảng thì

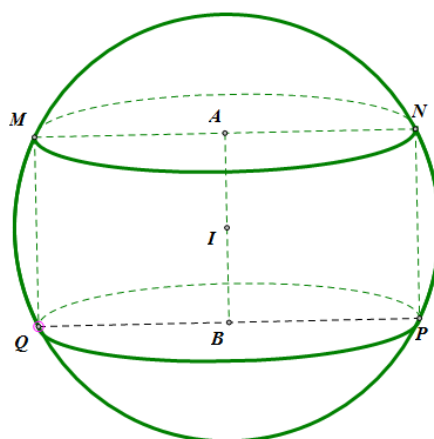
$$2f'(2x) \geq 0 \Rightarrow f'(2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 2x < 1 \\ 2x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$$

Câu 42: Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R là

- A. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$. B. $R\sqrt{3}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình cầu có tâm là I và có bán kính là R , khối trụ có tâm của hai đáy là A, B .

Gọi r, h là bán kính và chiều cao của khối trụ ($0 < h = 2IA < 2R$).

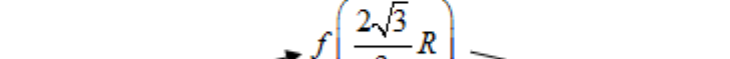
Ta có: $r = \sqrt{R^2 - AI^2} = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h = \pi \left(R^2 h - \frac{h^3}{4} \right)$.

Xét hàm số $f(h) = R^2 h - \frac{h^3}{4}$ với $0 < h < 2R$, có $f'(h) = R^2 - \frac{3}{4}h^2$; $f'(h) = 0$

$\Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$

Ta có bảng biến thiên

h	0	$\frac{2\sqrt{3}}{3}R$	$2R$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thể tích của khối trụ lớn nhất khi và chỉ khi $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

A. $I = 12$.

B. $I = 112$.

C. $I = 28$.

D. $I = 144$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2} dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = 4 \Rightarrow t = 2$.

Khi đó $I = \int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx = \int_0^2 2tf'(t) 2dt = 4 \int_0^2 xf'(x) dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

Từ đó: $I = 4 \left[xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx \right] = 4[2f(2) - 4] = 4[2 \cdot 16 - 4] = 112$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ B đến (ACE) .

A. $\frac{4a}{3}$.

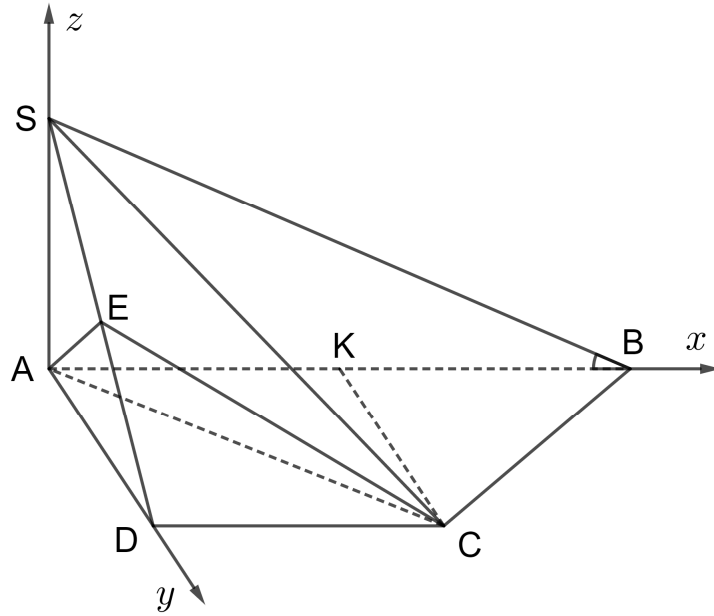
B. $\frac{2a}{3}$.

C. a .

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$$\left(\widehat{SB, (ABCD)} \right) = 45^\circ \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow \text{Tam giác } SAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = AB = 2a.$$

Chọn hệ trục $Axyz$ như hình vẽ. Ta được $A(0;0;0)$, $S(0;0;2a)$, $B(2a;0;0)$, $D(0;a;0)$.

Gọi K là trung điểm của AB . Nhận xét rằng tứ giác $ADCK$ là hình chữ nhật $\Rightarrow C(a;a;0)$.

$$E \text{ là trung điểm của } SD \Rightarrow E\left(0; \frac{a}{2}; a\right).$$

$$\left[\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC} \right] = \left(-a^2; a^2; -\frac{a^2}{2} \right) = -\frac{a^2}{2} (2; -2; 1).$$

Mặt phẳng (ACE) đi qua $A(0;0;0)$ và nhận vector $(2; -2; 1)$ là một vector pháp tuyến nên có phương trình $2x - 2y + z = 0$.

$$\text{Vậy khoảng cách từ } B \text{ đến } (ACE) \text{ là } d(B, (ACE)) = \frac{|2 \cdot 2a|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4a}{3}.$$

Câu 45: Gọi A là tập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra từ A hai số. Tính xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau.

A. $\frac{35}{5823}$.

B. $\frac{41}{5823}$.

C. $\frac{14}{1941}$.

D. $\frac{41}{7190}$.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau là $9.9.8 = 648$, trong đó có $9.8.7 = 504$ số không có chứa chữ số 0 và $648 - 504 = 144$ số có chứa chữ số 0.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{648}^2$.

Trường hợp 1: Xét các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và không chứa chữ số 0. Khi đó số cách chọn ra được 2 số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2}$ (vì mỗi số được đếm 2 lần).

Trường hợp 2: Xét các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và có chứa chữ số 0. Khi đó số cách chọn ra được 2 số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm theo yêu cầu đề bài là } \frac{\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2} + \frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}}{C_{648}^2} = \frac{41}{5823}.$$

Câu 46: Một người lập kế hoạch gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2019, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn 10% so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là 0,5% mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạch như vậy, đến hết tháng 12 năm 2020, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng nghìn)

A. 922 756 000 đồng.

B. 918 165 000 đồng.

C. 832 765 000 đồng.

D. 926 281 000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tiền ban đầu là X

Lãi suất ngân hàng $r = 0,005$, đặt $k = 0,1$.

Số tiền đầu tháng 1 là: X

Số tiền đầu tháng 2 là: $X + X.r + X + X.k = X(1+r) + X(1+k)$

Số tiền đầu tháng 3 là:

$$\begin{aligned} & [X(1+r) + X(1+k)] + [X(1+r) + X(1+k)]r + X(1+k) + X(1+k)k \\ &= X(1+r)^2 + X(1+k)(1+r) + X(1+k)^2 \end{aligned}$$

Số tiền đầu tháng 4 là: $X(1+r)^3 + X(1+k)(1+r)^2 + X(1+k)^2(1+r) + X(1+k)^3$

Số tiền đầu tháng n là: $X \left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+k) + \dots + (1+r)(1+k)^{n-2} + (1+k)^{n-1} \right]$

Đến cuối tháng n , số tiền người đó là:

$$X \left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+k) + \dots + (1+r)(1+k)^{n-2} + (1+k)^{n-1} \right] (1+r)$$

Gọi M là số tiền trong tài khoản đến hết tháng 12 năm 2020, khi đó $n = 24$

$$\text{Ta được } M = X \cdot \frac{(1+k)^n - (1+r)^n}{k-r} (1+r) = 922,7563962.$$

Câu 47: Cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x+1}{2x-1}$ và đường thẳng $(d): y = x+m$. Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A; B$. Gọi $k_1; k_2$ lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) lần lượt tại $A; B$. Giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2020} + k_2^{2020}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+m \Leftrightarrow -x+1 = 2x^2 - x + 2mx - m \Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \text{ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi } m \text{ (vì } \Delta > 0 \text{).}$$

Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

$$(C): y = \frac{-x+1}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(2x-1)^2}$$

$$\text{Ta có } k_1^{2020} = \left[\frac{-1}{(2x_1-1)^2} \right]^{2020}; k_2^{2020} = \left[\frac{-1}{(2x_2-1)^2} \right]^{2020}$$

$$T = k_1^{2020} + k_2^{2020} = \frac{1}{(2x_1-1)^{4040}} + \frac{1}{(2x_2-1)^{4040}} \geq 2 \left[\frac{1}{(2x_1-1) \cdot (2x_2-1)} \right]^{2020}$$

$$\Leftrightarrow T \geq 2 \left[\frac{1}{4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1} \right]^{2020}$$

$$\Leftrightarrow T \geq 2 \left[\frac{1}{4 \cdot \frac{-m-1}{2} - 2(-m) + 1} \right]^{2020}$$

$$\Leftrightarrow T \geq 2 \left[\frac{1}{-2m - 2 + 2m + 1} \right]^{2020}$$

$$\Leftrightarrow T \geq 2$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{1}{(2x_1-1)^{4040}} = \frac{1}{(2x_2-1)^{4040}} \Leftrightarrow (2x_1-1)^{4040} = (2x_2-1)^{4040}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1-1 = 2x_2-1 \\ 2x_1-1 = -2x_2+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (VL)} \\ x_1 + x_2 = 1 \Leftrightarrow -m = 1 \Leftrightarrow m = -1 \end{cases}$$

Câu 48: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $17 + \sqrt{6}$. B. $17 - 2\sqrt{6}$. C. $17 - \sqrt{6}$. D. $17 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - xy + y^2 = 1 \Leftrightarrow 3xy + 1 = (x + y)^2 \geq 0 \Rightarrow xy \geq -\frac{1}{3}$.

$$x^2 - xy + y^2 = 1 \Leftrightarrow xy = 1 - (x - y)^2 \leq 1 \Rightarrow xy \leq 1$$

Đặt $t = xy$ với $-\frac{1}{3} \leq t \leq 1$.

Theo đề bài ta có $x^2 + y^2 = 1 + t$.

$$P = \frac{(t+1)^2 - 2t^2 + 1}{t+2} = \frac{-t^2 + 2t + 2}{t+2} = f(t).$$

$$f'(t) = \frac{-t^2 - 4t + 2}{(t+2)^2} ; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 + \sqrt{6} \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right] \\ t = -2 - \sqrt{6} \notin \left[-\frac{1}{3}; 1\right] \end{cases}$$

Ta có $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{15}$; $f(1) = 1$; $f(\sqrt{6}-2) = 6 - 2\sqrt{6}$.

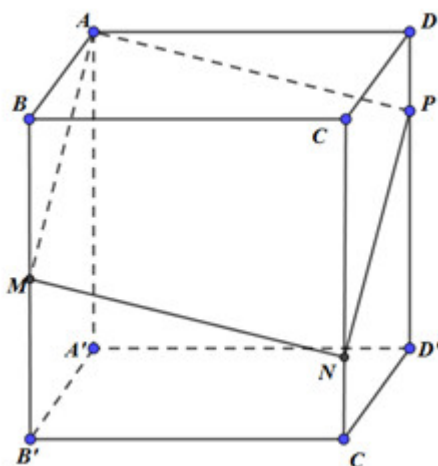
Khi đó $M = 6 - 2\sqrt{6}$ và $m = \frac{11}{15} \Rightarrow M + 15m = 6 - 2\sqrt{6} + 15 \cdot \frac{11}{15} = 17 - 2\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Biết mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N , thể tích của khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- A. $\frac{9a^3}{4}$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $\frac{11a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lập phương là $V = 8a^3$.

Ta có: $a = \frac{AA'}{AA'} = 0$, $b = \frac{BM}{BB'} = \frac{1}{2}$, $c = \frac{CN}{CC'}$, $d = \frac{DP}{DD'} = \frac{1}{4}$.

Vì A, M, N, P đồng phẳng nên $a + c = b + d \Leftrightarrow c = (b + d) - a = \frac{3}{4}$.

Khi đó: $\frac{V_{AMNPBCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{4}(a + b + c + d) = \frac{1}{4}\left(0 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$.

$\Rightarrow V_{AMNPBCD} = \frac{3}{8} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3a^3$.

Câu 50: Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 - 1.$$

A. 6.

B. $3\sqrt[3]{2}$.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Từ $(3b-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 9b^2 - 12b + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{4(3b-1)}{9} \leq b^2$ và $0 < b < a < 1$.

Suy ra $P \geq \log_a b^2 + 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 - 1 = 2(\log_a b - 1) + 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 + 1 = 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 + 2 \log_a \frac{b}{a} + 1$

$$= 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 + \frac{2}{\log_{\frac{b}{a}} a} + 1 = 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 + \frac{1}{\log_{\frac{b}{a}} a} + \frac{1}{\log_{\frac{b}{a}} a} + 1 \geq 3 \sqrt[3]{8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 \cdot \frac{1}{\log_{\frac{b}{a}} a} \cdot \frac{1}{\log_{\frac{b}{a}} a}} + 1 = 7$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3b-2=0 \\ 8 \left(\log_{\frac{b}{a}} a \right)^2 = \frac{1}{\log_{\frac{b}{a}} a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \end{cases}$

-----**HẾT**-----