

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$.

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

C. $\int \cos x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int \cos x dx = -\frac{1}{2} \sin x + C$.

Câu 2: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$.

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 0.

Câu 3: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60.

B. 10.

C. 120.

D. 125.

Câu 4: Cho khối tứ diện $OABC$ có $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc và $OA = a; OB = b; OC = c$. Thể tích V của khối tứ diện $OABC$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{6}abc$.

B. $V = \frac{1}{3}abc$.

C. $V = \frac{1}{2}abc$.

D. $V = 3abc$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng?A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$		

Câu 6: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx$.

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$.

D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

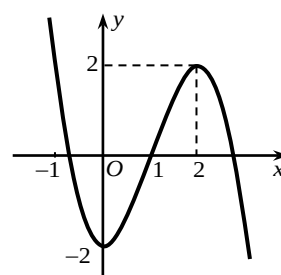
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

**Câu 8:** Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 25000$ theo a .

A. $2a + 3$.

B. $5a^2$.

C. $2a^2 + 1$.

D. $5a$.

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$.

A. $\frac{5^x}{\ln 5} + x + C$.

B. $5^x \ln 5 + x + C$.

C. $5^x \ln x + x + C$.

D. $5^x + x + C$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3})$.

B. $G(-1; 3; -2)$.

C. $G(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3})$.

D. $G(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2})$.

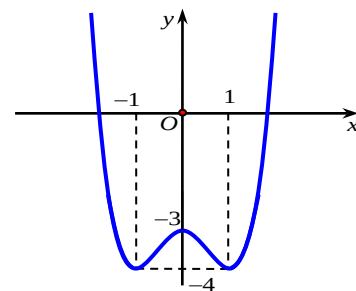
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3$.

B. $m > -4$.

C. $-4 \leq m < -3$.

D. $-4 < m \leq -3$.



Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0)$.

B. $(0; 6; 0)$.

C. $(0; 3; 0)$.

D. $(0; -4; 0)$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A. $(9; +\infty)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(10; +\infty)$.

Câu 14: Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

A. $R = 2$.

B. $R = 32$.

C. $R = 4$.

D. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

A. $2x - 5y + z - 17 = 0$.

B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.

C. $2x - 5y + z - 12 = 0$.

D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 18: Gọi $M; m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính $T = M + 2m$.

A. $T = -14$.

B. $T = -10$.

C. $T = -\frac{21}{2}$.

D. $T = -\frac{13}{2}$.

Câu 19: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; biết $F(1) = 2$. Tính $F(2)$

A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

B. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$.

C. $F(2) = \ln 3 + 2$.

D. $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $\frac{5\pi}{3}$.

B. $\frac{11\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

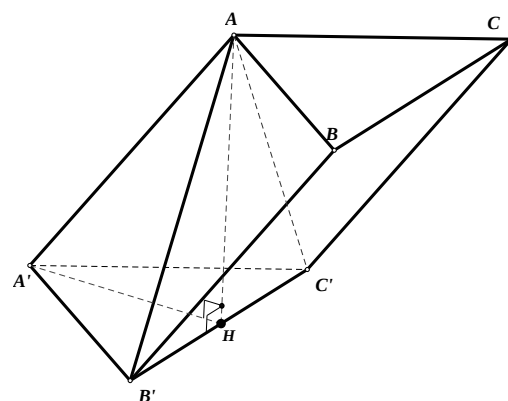
Câu 21: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu

năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 19 năm. B. 20 năm. C. 21 năm. D. 18 năm.

Câu 23: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

- A. $\frac{16}{33}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{11}$. D. $\frac{10}{33}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 26: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu ton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

- A. $\frac{297}{512}$. B. $\frac{29}{51}$. C. $\frac{97}{12}$. D. $\frac{279}{215}$.

Câu 27: Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8}\right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $(Q): 2y + 3z - 10 = 0$. B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0$. C. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0$. D. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = (3; -1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

- A. Điểm $M'(4; -5)$. B. Điểm $M'(-2; -3)$. C. Điểm $M'(3; -4)$. D. Điểm $M'(4; 5)$.

Câu 31: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

- A. 3π . B. $\pi - 1$. C. π . D. 2π .

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. C. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. D. $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 33: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị $A; B; C$ sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ; A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

- A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$. B. $m = 2 \pm \sqrt{2}$. C. $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$. D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 34: Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$.

- A. $T = 0$ B. $T = \frac{1}{4}$ C. $T = \frac{1}{8}$ D. $T = \frac{1}{16}$

Câu 35: Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab = -1$

B. $2ab = 1$

C. $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$

D. $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$

Câu 36: Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^m a_r$.

A. 1

B. n

C. $(n+1)!$

D. $n!$

Câu 37: Tìm tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)(x^x+1) = 0$.

A. $S = \{1; 2; -1\}$

B. $S = \{1; -1\}$

C. $S = \{1; 2\}$

D. $S = \{2; -1\}$

Câu 38: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

B. H là trực tâm tam giác ABC

C. $OA \perp BC$

D. $AH \perp (OBC)$

Câu 39: Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số). Tính tổng của các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

Câu 40: Trong không gian xét $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}, \vec{q}$ là những vector đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m} - \vec{n}|^2 + |\vec{m} - \vec{p}|^2 + |\vec{m} - \vec{q}|^2 + |\vec{n} - \vec{p}|^2 + |\vec{n} - \vec{q}|^2 + |\vec{p} - \vec{q}|^2$. Khi đó $M - \sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$

B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$

C. $(17; 22)$

D. $(10; 15)$

Câu 41: Biết rằng khi khai triển nhị thức Niuton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n = a_0 \cdot \sqrt{x}^n + a_1 \cdot \sqrt{x}^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + a_2 \cdot \sqrt{x}^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2 + a_3 \cdot \sqrt{x}^{n-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^3 \dots$$

(với n là số nguyên lớn hơn 1) thì ba số a_0, a_1, a_2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Hỏi trong khai triển trên, có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 42: Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\vec{AB}$ là một vector chỉ phương của đường thẳng $y = 0$, các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = 2\log_a x, y = 3\log_a x$. Tìm a .

A. $a = \sqrt[6]{3}$

B. $a = \sqrt{3}$

C. $a = \sqrt[3]{6}$

D. $a = \sqrt{6}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 6z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 0), B(-1; 0; 1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{255}{61}}$

B. $\sqrt{\frac{237}{41}}$

C. $\sqrt{\frac{137}{41}}$

D. $\sqrt{\frac{155}{61}}$

Câu 44: Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1, 2, \dots$. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 45: Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

Câu 46: Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

A. 0,046

B. 0,036

C. 0,037

D. 0,038

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 48: Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f đồng biến trên I .

(II). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f nghịch biến trên I .

(III). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ thì hàm số f nghịch biến trên khoảng I .

(VI). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I .

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

A. I và II đúng, còn III và IV sai.

B. I, II và III đúng, còn IV sai.

C. I, II và IV đúng, còn III sai.

D. Cả I, II, III và IV đúng.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

A. Cả (I) và (II) cùng sai.

B. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.

C. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) cùng đúng.

Câu 50: Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2; 4), B(3; 9), C(4; 16)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D, E, F (D khác A và B; E khác A và C; F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D, E, F bằng 24. Tính $f(0)$.

A. -2.

B. 0.

C. $\frac{24}{5}$.

D. 2.

----- HẾT -----

ĐỀ THI THỬ THPT QG NĂM HỌC 2017 – 2018 (LẦN 1) - MÔN: TOÁN

(50 câu trắc nghiệm)

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$.

- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$. C. $\int \cos x dx = \sin 2x + C$. D. $\int \cos x dx = -\frac{1}{2} \sin x + C$.

Hướng dẫn: $\int \cos x dx = \sin x + C$: **Chọn A.**

Câu 2: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$.

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \cdot (2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}) = -\infty$: **Chọn A.**

Câu 3: Từ các chữ số 1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

- A. 60. B. 10. C. 120. D. 125.

Hướng dẫn: Số các số được tạo thành là $A_5^3 = 60$ số : **Chọn A.**

Câu 4: Cho khối tứ diện $OABC$ có $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc và $OA = a; OB = b; OC = c$. Thể tích V của khối tứ diện $OABC$ được tính bởi công thức nào sau đây ?

- A. $V = \frac{1}{6} a.b.c$. B. $V = \frac{1}{3} a.b.c$. C. $V = \frac{1}{2} a.b.c$. D. $V = 3a.b.c$.

Hướng dẫn: Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot b.c.a = \frac{1}{6} abc$: **Chọn A.**

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.
 C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Hướng dẫn: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$: **Chọn A.**

Câu 6: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx.$

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx.$

D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx.$

Hướng dẫn: Thể tích là $V = \pi \int_1^4 x dx$: **Chọn A.**

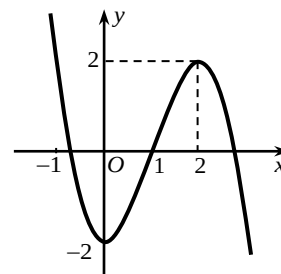
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0; 2).$

B. $(-2; 2).$

C. $(-\infty; 0).$

D. $(2; +\infty).$



Hướng dẫn: Khoảng đồng biến là $(0; 2)$ **Chọn A.**

Câu 8: Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 25000$ theo a .

A. $2a + 3.$

B. $5a^2.$

C. $2a^2 + 1.$

D. $5a.$

Hướng dẫn: $\log 25000 = \log(25 \cdot 1000) = \log 25 + \log 1000 = 2\log 5 + \log 10^3 = 2a + 3$ **Chọn A.**

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$.

A. $\frac{5^x}{\ln 5} + x + C.$

B. $5^x \ln 5 + x + C.$

C. $5^x \ln x + x + C.$

D. $5^x + x + C.$

Hướng dẫn: $\int (5^x + 1) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + x + C$ **Chọn A.**

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}).$

B. $G(-1; 3; -2).$

C. $G(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}).$

D. $G(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}).$

Hướng dẫn: Trọng tâm tam giác ABC là $G(\frac{-2+1+0}{3}; \frac{4+1-2}{3}; \frac{1-6+3}{3}) \Rightarrow G(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3})$ **Chọn A.**

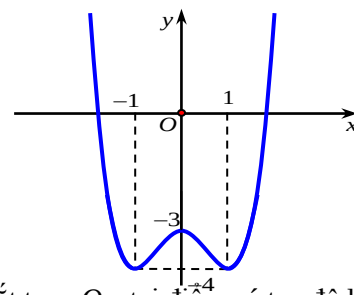
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3.$

B. $m > -4.$

C. $-4 \leq m < -3.$

D. $-4 < m \leq -3.$



Hướng dẫn: $-4 < m < -3$ **Chọn A.**

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0).$

B. $(0; 6; 0).$

C. $(0; 3; 0).$

D. $(0; -4; 0).$

Hướng dẫn: cho $x = 0; z = 0 \Rightarrow y = 4$. Chọn điểm $(0; 4; 0)$ **Chọn A.**

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A. $(9; +\infty).$

B. $(4; +\infty).$

C. $(1; +\infty).$

D. $(10; +\infty).$

Hướng dẫn: cho $\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow (x-1) > 2^3 \Leftrightarrow x > 9$. **Chọn A.**

Câu 14: Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A.** $R=2$. **B.** $R=32$. **C.** $R=4$. **D.** $R=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn: $\frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{32\pi}{3} \Rightarrow R=2$. **Chọn A.**

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-3;-2)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n}=(2;-5;1)$ có phương trình là

- A.** $2x-5y+z-17=0$. **B.** $2x-5y+z+17=0$.
C. $2x-5y+z-12=0$. **D.** $2x-3y-2z-18=0$.

Hướng dẫn: $2(x-2)-5(y+3)+(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-5y+z-17=0$. **Chọn A.**

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$; Ta có $y = \frac{(3x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)} = \frac{3x-1}{2x-1}$

$\lim_{x \rightarrow 2} y = \frac{5}{3}$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty$ suy ra đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung ?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn:

Tập xác định $2x^4 - 3x^2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow 2x^4 - 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (L)} \\ x^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

Câu 18: Gọi $M; m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2+5}{x-2}$ trên đoạn $[-2;1]$. Tính $T = M + 2m$.

- A.** $T=-14$. **B.** $T=-10$. **C.** $T=-\frac{21}{2}$. **D.** $T=-\frac{13}{2}$.

Hướng dẫn:

Ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \text{ (L)} \end{cases}$. Vậy $M = -2; m = -6 \Rightarrow T = -14$
 $f(-2) = -\frac{9}{4}$; $f(-1) = -2$; $f(1) = -6$

Câu 19: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; biết $F(1) = 2$. Tính $F(2)$

- A.** $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. **B.** $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. **C.** $F(2) = \ln 3 + 2$. **D.** $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Hướng dẫn:

Ta có $\int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C \Rightarrow F(1) = 2 \Leftrightarrow C = 2$. Vậy $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

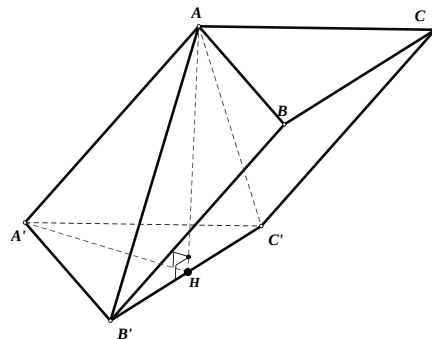
- A.** $\frac{5\pi}{3}$. **B.** $\frac{11\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Hướng dẫn:

Ta có $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} \in [0; 2\pi]$. Vậy tổng là $\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3}$

Câu 21: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Hướng dẫn:

Do hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a suy ra

$$A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}.$$

Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A.** 19 năm. **B.** 20 năm. **C.** 21 năm. **D.** 18 năm.

Hướng dẫn:

Ta có $100(1+6\%)^n \geq 300 \Rightarrow (1+6\%)^n \geq 3 \Rightarrow n \geq \log_{(1+6\%)}(3) \approx 18,85$.

Câu 23: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

- A.** $\frac{16}{33}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{11}$. **D.** $\frac{10}{33}$.

Hướng dẫn:

$n(\Omega) = C_{11}^4 = 330$. Gọi A : "tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng của 4 số là một số lẻ ta có 2 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^1.C_5^3 = 60$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^1 = 100$ cách.

Do đó $n(A) = 60 + 100 = 160$. Vậy $P(A) = \frac{160}{330} = \frac{16}{33}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; -5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Hướng dẫn: $R = d(I; (P)) = \frac{|2-4-5-8|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{|-15|}{3} = 5$. Suy ra $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$. **Chọn A.**

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn: Gọi H là trung điểm BC thì khi đó $SH \perp (ABC)$; suy ra HA là hình chiếu của SA trên (ABC) .

Do đó $(SA; (ABC)) = (SA; HA) = \angle SAH \Rightarrow \cos \angle SAH = \frac{AH}{SA} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **Chọn A.**

Câu 26: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{297}{512}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{97}{12}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Hướng dẫn:

Ta có $C_n^3 + A_n^2 = 50 (n \geq 3, n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 50 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{n(n-1)}{1} = 50 \Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0$

$\Leftrightarrow n = 6$

Khi đó $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n} = \left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^{12-k} \cdot 2^{-k} \cdot x^{2k-12}$, số hạng chứa x^8 ứng với $k = 10$ nên hệ số của x^8 là:

$C_{12}^{10} \cdot 3^2 \cdot 2^{-10} = \frac{297}{512}$. **Chọn A.**

Câu 27: Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8}\right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn:

$$\text{Đk: } \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = 2 \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = \log_2 x \Leftrightarrow \frac{5-12x}{12x-8} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{5}{6} (L) \end{cases}$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q): 2y+3z-10=0$.

B. $(Q): 2x+3z-11=0$.

C. $(Q): 2y+3z-12=0$.

D. $(Q): 2y+3z-11=0$.

Hướng dẫn giải: Chọn **D**.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2).$$

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$.

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (0; 8; 12)$, chọn $\vec{n}_{(Q)} = (0; 2; 3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A , có vtpt $\vec{n}_{(Q)} = (0; 2; 3)$ có pt là: $2(y-4)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

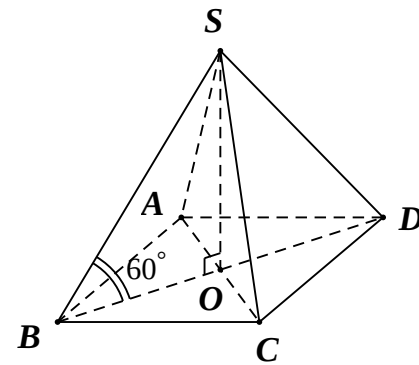
C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Gọi O là tâm của mặt đáy.

$$\text{Ta có } \tan 60^\circ = \frac{SO}{BO} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Thể tích là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Hướng dẫn giải : Chọn **A**.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = (3; -1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

A. Điểm $M'(4; -5)$.

B. Điểm $M'(-2; -3)$.

C. Điểm $M'(3; -4)$.

D. Điểm $M'(4; 5)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $M'(1+3; -4-1)$ hay $M'(4; -5)$.

Câu 31: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

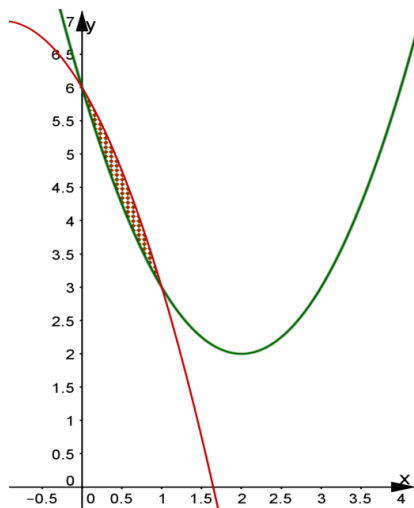
A. 3π .

B. $\pi - 1$.

C. π .

D. 2π .

Hướng dẫn giải: Chọn A



Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$

$$\text{là : } V = \pi \int_0^1 \left| (x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2 \right| dx = \pi \int_0^1 (36x^2 - 12x^3 - 24x) dx = 3\pi$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$.

B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$.

C. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

D. $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Ta có cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° , nghĩa là :

$$SAH = SBH = SCH = SDH = 60^\circ.$$

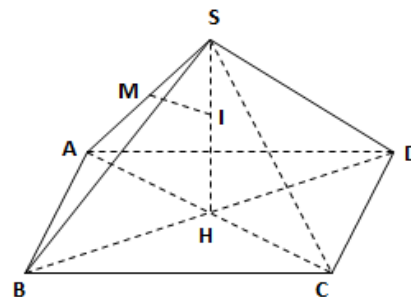
Từ đó suy ra : $HA = HB = HC = HD$.

Hay H là tâm của hình chữ nhật ABCD hay $H = AC \cap BD$.

Có $AC = BD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Suy ra : $SH = \tan 60^\circ \cdot \frac{5}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ Và

$$SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5.$$

Gọi M là trung điểm của SA. Trong mp(SAH), dựng đường thẳng qua M vuông góc với SA và cắt SH tại I. Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.



$$\text{Có : } \Delta SMI \sim \Delta SHA \Leftrightarrow \frac{SM}{SH} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SH} = \frac{5 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy : } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi.$$

Câu 33: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị $A; B; C$ sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ; A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

B. $m = 2 \pm \sqrt{2}$.

C. $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$.

D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

$$y' = 4x(x^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \end{cases}; \text{ Điều kiện để đồ thị có 3 cực trị là } m > -1.$$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m); B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1); C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$

$$OA = BC \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2} \text{ (t/m)}.$$

Câu 34. Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$.

A. $T = 0$

B. $T = \frac{1}{4}$

C. $T = \frac{1}{8}$

D. $T = \frac{1}{16}$

Hướng dẫn giải: Chọn C. Ta có:

$$\begin{aligned} T &= \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}} \\ &= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{16}\right)^n}} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Câu 35. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a > 0, b \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab = -1$

B. $2ab = 1$

C. $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$

D. $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải: Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt &= \frac{dx}{x}. \text{ Khi đó: } I = \int_0^1 \frac{tdt}{(t+2)^2} = \int_0^1 \left(\frac{1}{t+2} - \frac{2}{(t+2)^2} \right) dt \\ &= \left(\ln|t+2| + \frac{2}{t+2} \right) \Big|_0^1 = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{3}. \text{ Vậy } \ln a + b = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \Leftrightarrow -b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Lưu ý. Với bài toán này, nếu đọc đề không kỹ thì rất dễ rơi vào phương án nhiễu vì các bộ số a, b ở đây là không duy nhất. Nhiều em học sinh sau khi giải ra được $I = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \ln a + b$ (*)

đã vội vàng kết luận $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{1}{3}$, do đó $2ab = -1$ và rơi vào phương án nhiễu của đề bài. Dễ thấy $a = \frac{3}{2e}, b = \frac{2}{3}$ cũng thỏa mãn (*) nhưng $2ab \neq -1$.

Câu 36. Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^m a_r$.

- A. 1 B. n C. $(n+1)!$ D. $n!$

[
]

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Ta có $\sum_{r=0}^m a_r = 2.3.\dots(n+1) = (n+1)!$

Câu 37. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)(x^x+1) = 0$.

- A. $S = \{1; 2; -1\}$ B. $S = \{1; -1\}$ C. $S = \{1; 2\}$ D. $S = \{2; -1\}$

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Điều kiện $x > 0$. Khi đó: $(x-1)(x-2)(x^x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2. \end{cases}$

Câu 38. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

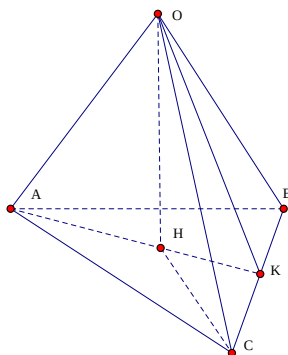
A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

B. H là trực tâm tam giác ABC

C. $OA \perp BC$

D. $AH \perp (OBC)$

Hướng dẫn giải: Chọn: D



- Đáp án A đúng vì $\triangle OAK, \triangle OBC$ là các tam giác vuông $\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

- Đáp án B đúng vì $BC \perp OAH, CA \perp OBH, AB \perp OCH \Rightarrow AH, BH, CH$ là các đường cao trong tam giác ABC

- Đáp án C đúng vì $BC \perp OAH$

- Đáp án D sai vì nếu $AH \perp OBC \Rightarrow AH \perp OK \Rightarrow$ mâu thuẫn.

Câu 39. Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số). Tính tổng của các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

- A. -1 B. 1 C. 3 D. -3

Hướng dẫn giải: Chọn: D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(x+1)(x+2)(x+3)+1 &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)^2+2(x^2+3x)+1 = (x^2+3x+1)^2. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = \int \frac{(x^2+3x+1)'dx}{(x^2+3x+1)^2} = -\frac{1}{x^2+3x+1} + C.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{x^2+3x+1} + D = \frac{D(x^2+3x+1)+1}{x^2+3x+1} \quad (D \text{ là hằng số}).$$

$$\text{Suy ra } g(x) = \frac{x^2+3x+1}{D(x^2+3x+1)+1}.$$

$$\text{Do đó } g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+3x+1 = 0.$$

Vậy theo định lí Viet, tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$ là -3 .

Câu 40. Trong không gian xét $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}, \vec{q}$ là những vector đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2$. Khi đó $M - \sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$ B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$ C. (17;22) D. (10;15)

Hướng dẫn giải: Chọn: D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 0 \leq |\vec{m} + \vec{n} + \vec{p} + \vec{q}|^2 &= 4 + 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}). \text{ Do đó:} \\ \vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q} &\geq -2 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} &|\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2 \\ &= 3(\vec{m}^2 + \vec{n}^2 + \vec{p}^2 + \vec{q}^2) - 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}) \\ &= 3 \cdot 4 - 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}) \\ &\leq 12 - 2(-2) = 16 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra chẳng hạn khi $\vec{m} = \vec{n} = (1; 0; 0)$, $\vec{p} = \vec{q} = (-1; 0; 0)$.

Vậy $M = 16$. Suy ra $M - \sqrt{M} = 16 - 4 = 12 \in (10; 15)$

Câu 41. Biết rằng khi khai triển nhị thức Newton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n = a_0 \cdot \sqrt{x}^n + a_1 \cdot \sqrt{x}^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + a_2 \cdot \sqrt{x}^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + a_3 \cdot \sqrt{x}^{n-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 \dots$$

(với n là số nguyên lớn hơn 1) thì ba số a_0, a_1, a_2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Hỏi trong khai triển trên, có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải: Chọn: C

Ta có ba số $a_0 = 1, a_1 = \frac{1}{2}C_n^1, a_2 = \frac{1}{2^2}C_n^2$ lập thành một cấp số cộng nên:

$$1 + \frac{1}{2^2}C_n^2 = C_n^1 \Leftrightarrow 1 + \frac{n(n-1)}{8} = n \Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow n = 8.$$

Vậy số hạng tổng quát có dạng $T_k = C_8^k \sqrt{x}^{8-k} \frac{1}{2^k \sqrt[4]{x}^k} = \frac{C_8^k}{2^k} x^{\frac{8-k}{2} - \frac{k}{4}} = \frac{C_8^k}{2^k} x^{\frac{16-3k}{4}}$ ($k = 0, 1, \dots, 8$).

Ta có $\frac{16-3k}{4} = 4 - \frac{3k}{4}$ là số nguyên khi và chỉ khi $3k : 4 \Rightarrow k : 4 \Rightarrow k \in \{0; 4; 8\}$. Vậy có ba số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

Câu 42. Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một vector chỉ phương của đường thẳng $y = 0$, các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = 2\log_a x, y = 3\log_a x$. Tìm a .

A. $a = \sqrt[6]{3}$ B. $a = \sqrt{3}$ C. $a = \sqrt[3]{6}$ D. $a = \sqrt{6}$

Hướng dẫn giải: Chọn: A

Giả sử $A(p; \log_a p), B(q; 2\log_a q)$ ($p > 0, q > 0$). Khi đó:

$$\begin{cases} 6 = AB = |p - q| \\ \log_a p = 2\log_a q = \log_a q^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = |p - q| \\ p = q^2 \end{cases} \Rightarrow |q^2 - q| = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q^2 - q - 6 = 0 \\ q^2 - q + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -2 \\ q = 3 \end{cases} \Rightarrow q = 3.$$

Vậy $C(3; 3\log_a 3)$. Do $BC = 6 = \log_a 3$ nên $a^6 = 3 \Rightarrow a = \sqrt[6]{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 6z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 0), B(-1; 0; 1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{255}{61}}$ B. $\sqrt{\frac{237}{41}}$ C. $\sqrt{\frac{137}{41}}$ D. $\sqrt{\frac{155}{61}}$

Hướng dẫn giải: Chọn: D

Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; -1; -1)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và (P) . Khi đó

$$\sin \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{n_p}) \right| = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 6 \cdot (-1)|}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{246}}.$$

Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bằng

$$AB \cos \alpha = AB \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{6 \left(1 - \frac{9}{246} \right)} = \sqrt{\frac{237}{41}}$$

Câu 44. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1 + n^2 + n^4}, \forall n = 1, 2, \dots$. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.

A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải: Chọn: C

Ta có:

$$\begin{aligned}
u_n &= \frac{n}{1+n^2+n^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{(n^2+1)^2 - n^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{(n^2-n+1)(n^2+n+1)} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n(n-1)+1} - \frac{1}{n(n+1)+1} \right) \\
&= \frac{1}{2} [f(n) - f(n+1)] \left(\text{với } f(n) = \frac{1}{n(n-1)+1} \right).
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} [f(1) - f(n+1)] \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n(n+1)+1} \right) \right] = \frac{1}{2}$$

Câu 45. Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

Hướng dẫn giải: Chọn: D

Giả sử các đỉnh của khối lập phương đơn vị là $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2; 3\}$ và đường chéo đang xét của khối lập phương lớn nối hai đỉnh là $O(0; 0; 0)$ và $A(3; 3; 3)$. Phương trình mặt trung trực của OA là $(\alpha): x + y + z - \frac{9}{2} = 0$.

Mặt phẳng này cắt khối lập phương đơn vị khi và chỉ khi các đầu mút $(i; j; k)$ và $(i+1; j+1; k+1)$ của đường chéo của khối lập phương đơn vị nằm về hai phía đối với (α) . Do đó bài toán quy về đếm trong số 27 bộ $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2\}$, có bao nhiêu bộ ba thỏa mãn:

$$\begin{cases} i + j + k - \frac{9}{2} < 0 \\ (i+1) + (j+1) + (k+1) - \frac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < i + j + k < \frac{9}{2} \quad (1).$$

Các bộ ba không thỏa điều kiện (1), tức là $\begin{cases} i + j + k < \frac{3}{2} \\ i + j + k > \frac{9}{2} \end{cases}$ là

$(0; 0; 0), (0; 0; 1), (0; 1; 0), (1; 0; 0), (1; 2; 2), (2; 1; 2), (2; 2; 1), (2; 2; 2)$.

Vậy có $27 - 8 = 19$ khối lập phương đơn vị bị cắt bởi (α) .

Câu 46. Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

A. 0,046

B. 0,036

C. 0,037

D. 0,038

Hướng dẫn giải: Chọn: C

Xét tích phân $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$.

Đặt $t = \cos(\pi x^3) \Rightarrow dt = -3\pi x^2 \sin(\pi x^3) dx$.

Đổi cận:

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}; x = \frac{9}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow t = \cos \frac{729\pi}{4} = \cos \left(\frac{\pi}{4} + 182\pi \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } I = -\frac{1}{3\pi} \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} e^t dt = -\frac{1}{3\pi} e^t \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{e^{\frac{\sqrt{3}}{2}} - e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{3\pi} \approx 0,037.$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào ?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải: Chọn: D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= -f'(1-x) + 2018 = -[1-(1-x)][(1-x)+2]g(1-x) - 2018 + 2018 \\ &= -x(3-x)g(1-x). \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } y' < 0 \Leftrightarrow x(3-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (do } g(1-x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}).$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 48. Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:

- (I). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f đồng biến trên I .
 (II). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f nghịch biến trên I .
 (III). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ thì hàm số f nghịch biến trên khoảng I .
 (VI). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I .

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- A. I và II đúng, còn III và IV sai; B. I, II và III đúng, còn IV sai;
 C. I, II và IV đúng, còn III sai; D. Cả I, II, III và IV đúng.

Hướng dẫn giải: Chọn: A

Dễ thấy các mệnh đề I và II đúng, mệnh đề III sai. Mệnh đề IV sai.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- (I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .
 (II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

- A. Cả (I) và (II) cùng sai. B. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.
 C. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng. D. Cả (I) và (II) cùng đúng.

Hướng dẫn giải: Chọn: B

Dễ thấy (I) đúng. Mệnh đề (II) sai.

Câu 50. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2;4), B(3;9), C(4;16)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D, E, F (D khác A và B; E khác A và C; F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D, E, F bằng 24. Tính $f(0)$.

- A. -2 B. 0 C. $\frac{24}{5}$ D. 2

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Giải sử $f(x) = a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2$ ($a \neq 0$). Ta có: $AB: y = 5x - 6$; $AC: y = 6x - 8$; $BC: y = 7x - 12$.

Hoành độ điểm D là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 5x - 6 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-2)(x-3) \\ \Rightarrow a(x-4) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 4. \end{aligned}$$

Hoành độ điểm E là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 6x - 8 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-2)(x-4) \\ \Rightarrow a(x-3) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 3. \end{aligned}$$

Hoành độ điểm F là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 7x - 12 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-3)(x-4) \\ \Rightarrow a(x-2) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 2. \end{aligned}$$

Theo giả thiết ta có: $-\frac{1}{a} + 2 - \frac{1}{a} + 3 - \frac{1}{a} + 4 = 24 \Leftrightarrow -\frac{3}{a} = 15 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}$.

Do đó: $f(0) = a(-2)(-3)(-4) = \frac{24}{5}$.

.....Hết.....