

Ngày thi: 04/12/2025

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi này có 03 trang)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết $AA' = 6$ và góc $\widehat{BAA'} = 120^\circ$, $\widehat{A'AD} = 60^\circ$. Độ dài vector $\vec{u} = 2\vec{AC'} + \vec{A'C}$ bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{3}$. C. 6. D. 10.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB , giá trị của $3a + 4b - 2026c$ bằng

- A. 15. B. 4. C. -2016. D. 10.

Câu 3. Một tháp chiếu sáng có dạng hình chóp đều $S.ABCD$, trong đó phần đế $ABCD$ là một hình vuông làm bằng kim loại có cạnh bằng 2m, đỉnh tháp S là vị trí gắn bóng đèn chiếu sáng chính, chiều cao của tháp là 4m. Để điều chỉnh hướng ánh sáng, người kĩ sư đặt hai cảm biến ánh sáng tại vị trí M trên đoạn BD và vị trí N trên đoạn SC sao cho dây truyền tín hiệu nối giữa hai cảm biến tại M và N có độ dài ngắn nhất (độ dài dây truyền tín hiệu bằng đúng độ dài MN). Khoảng cách từ S đến trung điểm MN gần nhất với giá trị nào dưới đây

- A. 4m. B. 4,1m. C. 4,2m. D. 4,3m.

Câu 4. Cesium-137 (Cs-137) là một đồng vị phóng xạ của nguyên tố cesium, được tạo ra chủ yếu từ phản ứng phân hạch hạt nhân trong các nhà máy điện hạt nhân và vũ khí hạt nhân. Đây là một sản phẩm phụ có khả năng di chuyển trong môi trường do tính tan trong nước của hợp chất và dễ phát tán khi gặp nhiệt độ cao. Cs-137 được sử dụng trong y học, công nghiệp và nghiên cứu khoa học, nhưng cũng tiềm ẩn nguy cơ phóng xạ cao đối với sinh vật và con người. Một khu vực bị ô nhiễm bởi đồng vị Cs-137 có chu kỳ bán rã là 30 năm. Sau một thời gian, người ta đo được hàm lượng Cs-137 trong đất chỉ còn 40% so với ban đầu. Hỏi khu vực đó đã bị ô nhiễm cách đây khoảng bao nhiêu năm (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết lượng chất

phóng xạ còn lại sau thời gian t năm được tính bởi công thức $N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, N_0 là lượng chất phóng xạ ban đầu, T là chu kỳ bán rã.

- A. 38 năm. B. 39 năm. C. 40 năm. D. 45 năm.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt bên $BCB'C'$ là hình chữ nhật, $AM \perp (A'B'C')$ với M là trung điểm $B'C'$. Gọi hình chiếu vuông góc của A lên BB' , CC' lần lượt là I , K . Biết $AI = 2\sqrt{3}$, $AK = 6$, $AM = 4$, khoảng cách từ C đến BB' là $4\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 6. Trong một thí nghiệm kiểm tra độ chính xác của hai cảm biến nhiệt độ, bạn Nam và bạn Lan sử dụng hai cảm biến khác nhau để đo nhiệt độ của buồng khí. Mỗi bạn tiến hành đo 12 lần, thu được bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^\circ\text{C}$)	[24, 5; 25)	[25; 25, 5)	[25, 5; 26)	[26; 26, 5)
Số lần Nam đo	2	5	3	2
Số lần Lan đo	1	4	5	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. Cảm biến của Lan cho kết quả chính xác hơn.
B. Cảm biến của Nam cho kết quả chính xác hơn.
C. Hai cảm biến cho kết quả chính xác như nhau.
D. Không thể kết luận cảm biến của bạn nào cho kết quả chính xác hơn.

Câu 7. Trong hoạt động tài chính cá nhân, đầu tư định kỳ hằng tháng vào các quỹ ETF được xem là phương pháp giúp nhà đầu tư tích lũy tài sản hiệu quả dựa trên cơ chế lãi kép. Anh Hà mở tài khoản tại một công ty chứng khoán và lựa chọn đầu tư vào quỹ ETF mô phỏng VN30. Anh Hà đặt mục tiêu tích lũy được 600 triệu đồng để mua xe hơi nên mỗi tháng anh Hà đầu tư 20 triệu đồng với lãi suất là 10,8%/năm (giả sử mức lợi nhuận hằng tháng không thay đổi, lợi nhuận được tái đầu tư toàn bộ). Hỏi anh Hà cần đầu tư liên tục trong ít nhất bao nhiêu tháng để số tiền trong quỹ đạt tối thiểu 600 triệu đồng?

- A. 22 tháng. B. 27 tháng. C. 32 tháng. D. 35 tháng.

Câu 8. Cho hàm số $y = 6x - \sqrt{9x^2 - x + 10} - \frac{8}{\sqrt{4-x}}$ có đồ thị (C), đường tiệm cận xiên của (C) cắt trục Ox tại A, cắt trục Oy tại B. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $\frac{1}{36}$. B. $-\frac{1}{324}$. C. $\frac{1}{324}$. D. $\frac{1}{648}$.

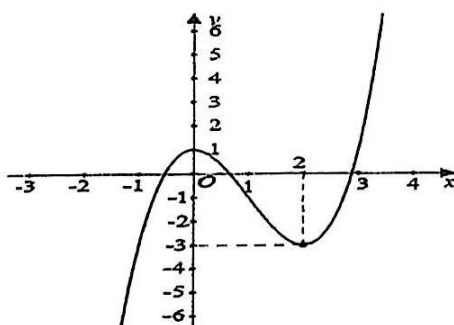
Câu 9. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $2^{2n} \cdot C_{2n}^0 + 2^{2n-2} \cdot C_{2n}^2 + \dots + 2^{2n-2k} \cdot C_{2n}^{2k} + \dots + C_{2n}^{2n} = 3281$. Số hạng chứa x^1 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{n+3}$ ($x \neq 0$) là

- A. $42x$. B. $-42x$. C. 42 . D. -42 .

Câu 10. Cho $a > 1, b > 0$ thỏa mãn $\log^2 a + \log\left(\frac{b}{a^4}\right) + \log_a b - 5 = 0$. Giá trị của $\log a + \log_a b$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $(-4; -2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 + 8x - 7}{2x - 1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C), khoảng cách giữa hai điểm A, B là

- A. 68. B. $2\sqrt{17}$. C. $\sqrt{17}$. D. 17.

Câu 13. Một nhà máy cần sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho thị trường trong nước. Biết rằng chi phí để sản xuất x sản phẩm trong một ngày bao gồm

(1) Chi phí cho công việc hành chính chung là 2500 (nghìn đồng)

(2) Các loại chi phí khác là $\frac{25x^2}{10000}$ (nghìn đồng)

(3) Chi phí sản xuất là $4x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận thu được trên mỗi một sản phẩm được tính bằng giá bán mỗi sản phẩm trừ đi tổng chi phí của mỗi một sản phẩm. Giả sử giá bán mỗi sản phẩm không thay đổi, để lợi nhuận thu được trên mỗi một sản phẩm là lớn nhất, trong một ngày nhà máy cần sản xuất số lượng sản phẩm là

- A. 1000000. B. 1612. C. 1000. D. 1613.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{7-4x}{2x-1}$ có đồ thị (H) , điểm $M \in (H)$. Tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận của (H) nhỏ nhất là

- A. 2. B. $2\sqrt{5}$. C. $2+\sqrt{5}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + (m+1)x^2 - 12x + 1$ (m là tham số), tập hợp các giá trị m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $x - 9y = 0$ là

- A. $\{-2; 4\}$. B. $\{-4; 2\}$. C. $\{2\}$. D. $\{-4\}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu 16. (3,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) , hai đường tiệm cận của (C) cắt nhau tại I . Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đều có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{15}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d .

Câu 17. (2,0 điểm) Một gia đình nông dân quyết định mở rộng mô hình chăn nuôi nên đã mua về 20 con thỏ con từ một trang trại giống. Gia đình có sẵn hệ thống 10 chuồng, mỗi chuồng được thiết kế để nuôi đúng 2 con thỏ. Khi nhận được thỏ, gia đình thả chúng ra sân để kiểm tra sức khỏe và giúp thỏ làm quen với môi trường mới. Đàn thỏ gồm có 2 con lông màu đen, 1 con lông màu xám, 1 con lông màu vàng và các con thỏ còn lại đều có lông màu trắng. Sau khi kiểm tra xong, gia đình tiến hành bắt ngẫu nhiên từng con thỏ và thả vào các chuồng sao cho mỗi chuồng có đúng 2 con thỏ (không xét thứ tự các con thỏ trong một chuồng). Tính xác suất để sau khi sắp xếp ngẫu nhiên, có một chuồng chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu xám, đồng thời không có chuồng nào chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu vàng.

Câu 18. (3,0 điểm) Giả sử đường cao tốc giới hạn hai bên bởi hai đường thẳng song song a và b cách nhau $50m$, phía bên đường thẳng a có một khu chung cư đặt ở vị trí A và cách đường thẳng a là $1,5km$, phía bên đường thẳng b có một khu chung cư đặt ở vị trí B và cách đường thẳng b là $2,5km$. Người ta xây dựng một cây cầu vượt bắc qua đường cao tốc, chân cầu vượt đặt ở vị trí $E \in a$ và $F \in b$ sao cho $EF \perp a$ và độ dài đường $AE + EF + FB$ ngắn nhất. Trên đoạn AH vuông góc với a tại H , người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí M sao cho góc quan sát $\widehat{AME} = 120^\circ$. Trên đoạn BK vuông góc với b tại K , người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí N sao cho góc quan sát $\widehat{BNF} = 120^\circ$, biết $HE + FK = 3km$. Tính khoảng cách AM và BN .

Câu 19. (3,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều cạnh a , tam giác SAB cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa BI và SA là $\frac{a\sqrt{39}}{10}$ với I là trung điểm AD .

- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
b) Tính $\cos \alpha$ với α là số đo của nhị diện $[S, BD, C]$.

Câu 20. (2,5 điểm) Tìm các số thực $x > 0, y > 1$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện

$$e^{x^2+x} + \log_2 \frac{8x}{y-1} = e^{y^3-3y^2+4y-2} + 3 \text{ và } 2024^x + 2026^{y-1} = 2025x + 2023y - 2025.$$

————— HẾT —————

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của Giám thị 1: Chữ kí của Giám thị 2:

Ngày thi: 04/12/2025

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi này có 03 trang)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Biết $AA' = 6$ và góc $\widehat{BAA'} = 120^\circ$, $\widehat{A'AD} = 60^\circ$. Độ dài vectơ $\vec{u} = 2\vec{AC'} + \vec{A'C}$ bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{3}$. C. 6. D. 10.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB , giá trị của $3a + 4b - 2026c$ bằng

- A. 15. B. 4. C. -2016. D. 10.

Câu 3. Một tháp chiếu sáng có dạng hình chóp đều $S.ABCD$, trong đó phần đế $ABCD$ là một hình vuông làm bằng kim loại có cạnh bằng $2m$, đỉnh tháp S là vị trí gắn bóng đèn chiếu sáng chính, chiều cao của tháp là $4m$. Để điều chỉnh hướng ánh sáng, người kỹ sư đặt hai cảm biến ánh sáng tại vị trí M trên đoạn BD và vị trí N trên đoạn SC sao cho dây truyền tín hiệu nối giữa hai cảm biến tại M và N có độ dài ngắn nhất (độ dài dây truyền tín hiệu bằng đúng độ dài MN). Khoảng cách từ S đến trung điểm MN gần nhất với giá trị nào dưới đây

- A. $4m$. B. $4,1m$. C. $4,2m$. D. $4,3m$.

Câu 4. Cesium-137 ($Cs-137$) là một đồng vị phóng xạ của nguyên tố cesium, được tạo ra chủ yếu từ phản ứng phân hạch hạt nhân trong các nhà máy điện hạt nhân và vũ khí hạt nhân. Đây là một sản phẩm phụ có khả năng di chuyển trong môi trường do tính tan trong nước của hợp chất và dễ phát tán khi gặp nhiệt độ cao. $Cs-137$ được sử dụng trong y học, công nghiệp và nghiên cứu khoa học, nhưng cũng tiềm ẩn nguy cơ phóng xạ cao đối với sinh vật và con người. Một khu vực bị ô nhiễm bởi đồng vị $Cs-137$ có chu kỳ bán rã là 30 năm. Sau một thời gian, người ta đo được hàm lượng $Cs-137$ trong đất chỉ còn 40% so với ban đầu. Hỏi khu vực đó đã bị ô nhiễm cách đây khoảng bao nhiêu năm (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết lượng chất

phóng xạ còn lại sau thời gian t năm được tính bởi công thức $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, N_0 là lượng chất phóng xạ ban đầu, T là chu kỳ bán rã.

- A. 38 năm. B. 39 năm. C. 40 năm. D. 45 năm.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt bên $BCB'C'$ là hình chữ nhật, $AM \perp (A'B'C')$ với M là trung điểm $B'C'$. Gọi hình chiếu vuông góc của A lên BB' , CC' lần lượt là I , K . Biết $AI = 2\sqrt{6}$, $AM = 4$, khoảng cách từ C đến BB' là $4\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 6. Trong một thí nghiệm kiểm tra độ chính xác của hai cảm biến nhiệt độ, bạn Nam và bạn Lan sử dụng hai cảm biến khác nhau để đo nhiệt độ của buồng khí. Mỗi bạn tiến hành đo 12 lần, thu được bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^\circ C$)	$[24,5;25)$	$[25;25,5)$	$[25,5;26)$	$[26;26,5)$
Số lần Nam đo	2	5	3	2
Số lần Lan đo	1	4	5	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. Cảm biến của Lan cho kết quả chính xác hơn.
B. Cảm biến của Nam cho kết quả chính xác hơn.
C. Hai cảm biến cho kết quả chính xác như nhau.
D. Không thể kết luận cảm biến của bạn nào cho kết quả chính xác hơn.

Câu 7. Trong hoạt động tài chính cá nhân, đầu tư định kỳ hằng tháng vào các quỹ ETF được xem là phương pháp giúp nhà đầu tư tích lũy tài sản hiệu quả dựa trên cơ chế lãi kép. Anh Hà mở tài khoản tại một công ty chứng khoán và lựa chọn đầu tư vào quỹ ETF mô phỏng VN30. Anh Hà đặt mục tiêu tích lũy được 600 triệu đồng để mua xe hơi nên mỗi tháng anh Hà đầu tư 20 triệu đồng với lãi suất là 10,8%/năm (giả sử mức lợi nhuận hằng tháng không thay đổi, lợi nhuận được tái đầu tư toàn bộ). Hỏi anh Hà cần đầu tư liên tục trong ít nhất bao nhiêu tháng để số tiền trong quỹ đạt tối thiểu 600 triệu đồng?

- A. 22 tháng. B. 27 tháng. C. 32 tháng. D. 35 tháng.

Câu 8. Cho hàm số $y = 6x - \sqrt{9x^2 - x + 10} - \frac{8}{\sqrt{4-x}}$ có đồ thị (C), đường tiệm cận xiên của (C) cắt trục Ox tại A, cắt trục Oy tại B. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $\frac{1}{36}$. B. $-\frac{1}{324}$. C. $\frac{1}{324}$. D. $\frac{1}{648}$.

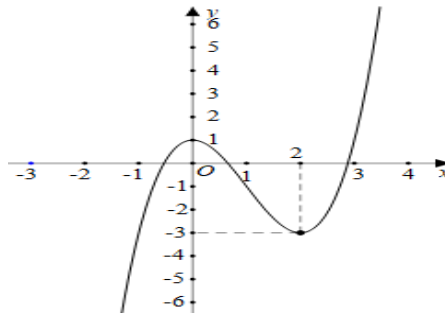
Câu 9. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $2^{2n} \cdot C_{2n}^0 + 2^{2n-2} \cdot C_{2n}^2 + \dots + 2^{2n-2k} \cdot C_{2n}^{2k} + \dots + C_{2n}^{2n} = 3281$. Số hạng chứa x^1 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{n+3}$ ($x \neq 0$) là

- A. $42x$. B. $-42x$. C. 42 . D. -42 .

Câu 10. Cho $a > 1, b > 0$ thỏa mãn $\log^2 a + \log\left(\frac{b}{a^4}\right) + \log_a b - 5 = 0$. Giá trị của $\log a + \log_a b$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $(-4; -2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 + 8x - 7}{2x - 1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C), khoảng cách giữa hai điểm A, B là

- A. 68. B. $2\sqrt{17}$. C. $\sqrt{17}$. D. 17.

Câu 13. Một nhà máy cần sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho thị trường trong nước. Biết rằng chi phí để sản xuất x sản phẩm trong một ngày bao gồm

(1) Chi phí cho công việc hành chính chung là 2500 (nghìn đồng)

(2) Các loại chi phí khác là $\frac{25x^2}{10000}$ (nghìn đồng)

(3) Chi phí sản xuất là $4x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận thu được trên mỗi một sản phẩm được tính bằng giá bán mỗi sản phẩm trừ đi tổng chi phí của mỗi một sản phẩm. Giả sử giá bán mỗi sản phẩm không thay đổi, để lợi nhuận thu được trên mỗi một sản phẩm là lớn nhất, trong một ngày nhà máy cần sản xuất số lượng sản phẩm là

- A. 1000000. B. 1612. C. 1000. D. 1613.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{7-4x}{2x-1}$ có đồ thị (H) , điểm $M \in (H)$. Tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận của (H) nhỏ nhất là

- A. 2. B. $2\sqrt{5}$. C. $2+\sqrt{5}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + (m+1)x^2 - 12x + 1$ (m là tham số), tập hợp các giá trị m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $x - 9y = 0$ là

- A. $\{-2; 4\}$. B. $\{-4; 2\}$. C. $\{2\}$. D. $\{-4\}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu 16. (3,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) , hai đường tiệm cận của (C) cắt nhau tại I . Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đều có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{15}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d .

Câu 17. (2,0 điểm) Một gia đình nông dân quyết định mở rộng mô hình chăn nuôi nên đã mua về 20 con thỏ con từ một trang trại giống. Gia đình có sẵn hệ thống 10 chuồng, mỗi chuồng được thiết kế để nuôi đúng 2 con thỏ. Khi nhận được thỏ, gia đình thả chúng ra sân để kiểm tra sức khỏe và giúp thỏ làm quen với môi trường mới. Đàn thỏ gồm có 2 con lông màu đen, 1 con lông màu xám, 1 con lông màu vàng và các con thỏ còn lại đều có lông màu trắng. Sau khi kiểm tra xong, gia đình tiến hành bắt ngẫu nhiên từng con thỏ và thả vào các chuồng sao cho mỗi chuồng có đúng 2 con thỏ (không xét thứ tự các con thỏ trong một chuồng). Tính xác suất để sau khi sắp xếp ngẫu nhiên, có một chuồng chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu xám, đồng thời không có chuồng nào chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu vàng.

Câu 18. (3,0 điểm) Giả sử đường cao tốc giới hạn hai bên bởi hai đường thẳng song song a và b cách nhau $50m$, phía bên đường thẳng a có một khu chung cư đặt ở vị trí A và cách đường thẳng a là $1,5km$, phía bên đường thẳng b có một khu chung cư đặt ở vị trí B và cách đường thẳng b là $2,5km$. Người ta xây dựng một cây cầu vượt bắc qua đường cao tốc, chân cầu vượt đặt ở vị trí $E \in a$ và $F \in b$ sao cho $EF \perp a$ và độ dài đường $AE + EF + FB$ ngắn nhất. Trên đoạn AH vuông góc với a tại H , người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí M sao cho góc quan sát $\widehat{AME} = 120^\circ$. Trên đoạn BK vuông góc với b tại K , người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí N sao cho góc quan sát $\widehat{BNF} = 120^\circ$, biết $HE + FK = 3km$. Tính khoảng cách AM và BN .

Câu 19. (3,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều cạnh a , tam giác SAB cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa BI và SA là $\frac{a\sqrt{39}}{10}$ với I là trung điểm AD .

- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
b) Tính $\cos \alpha$ với α là số đo của nhị diện $[S, BD, C]$.

Câu 20. (2,5 điểm) Tìm các số thực $x > 0, y > 1$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện

$$e^{x^3+x} + \log_2 \frac{8x}{y-1} = e^{y^3-3y^2+4y-2} + 3 \text{ và } 2024^x + 2026^{y-1} = 2025x + 2023y - 2025.$$

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của Giám thị 1: Chữ kí của Giám thị 2:

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

1. Giám khảo chấm đúng theo hướng dẫn của Sở Giáo dục và Đào tạo.
2. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được cho điểm tối đa.
3. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết, phù hợp với khung điểm của câu hoặc ý đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ được cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ sau khi đã được Chủ tịch HĐCT phê duyệt.
4. Giám khảo không quy tròn điểm thành phần của từng câu, điểm của bài thi.

II. ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM

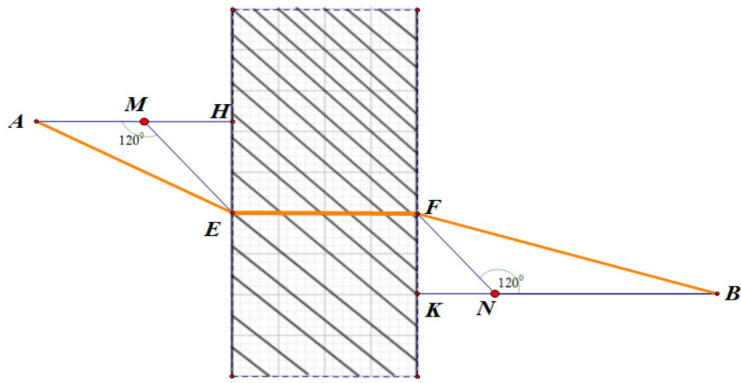
PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)

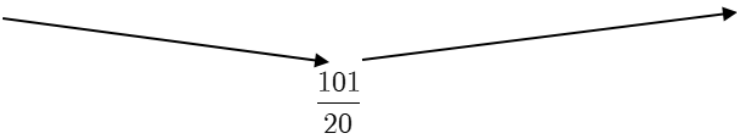
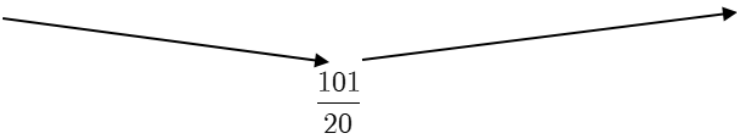
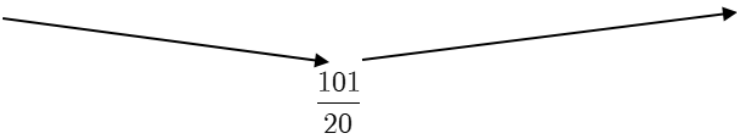
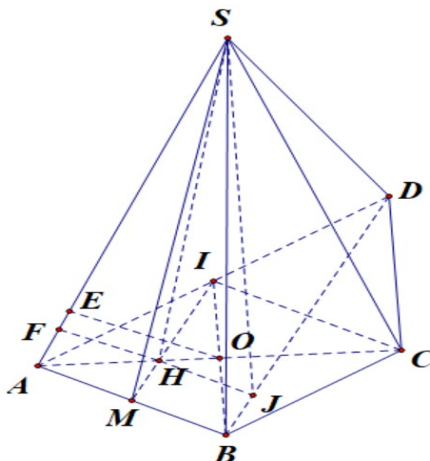
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	A	A	C	C	A	B	D	A	C	A	B	C	D	B

PHẦN II: TỰ LUẬN (14 ĐIỂM)

Câu	Sơ lược lời giải/Một số gợi ý chính	Điểm
16	Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$. có đồ thị (C) , hai đường tiệm cận của (C) cắt nhau tại I . Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B đều có hoành độ lớn hơn 1 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{15}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d .	3.0
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, đường tiệm cận ngang là $y = 2$ $\Rightarrow$ giao điểm hai đường tiệm cận là $I(1; 2)$.	0.25
		0.25

Câu	Sơ lược lời giải/Một số gợi ý chính	Điểm
	Gọi $A(a; 2 + \frac{4}{a-1}), B(b; 2 + \frac{4}{b-1}); (a > 1, b > 1, a \neq b)$ $IA = IB \Leftrightarrow a - 1 = \frac{4}{b-1} \Rightarrow AD = BE.$	0.25
	Đường thẳng đi qua hai điểm A, B vuông góc với đường phân giác của góc $\widehat{DIE}$.	0.25
	Đường phân giác của góc $\widehat{DIE}$ là $d: y = x + 1$.	0.25
	Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có phương trình là $y = -x + m$.	0.25
	Xét phương trình $\frac{2x+2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (1-m)x + 2+m = 0 (x \neq 1).$	0.25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $a > 1, b > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m - 1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 7.$	0.25
	Ta có $A(a; -a + m), A(b; -b + m) \Rightarrow AB = \sqrt{2} \cdot b - a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{m^2 - 6m - 7}.$	0.25
	Diện tích tam giác IAB là $S = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{ 3-m }{\sqrt{2}} \cdot AB = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{ 3-m }{\sqrt{2}} \cdot AB = 15.$	0.25
	$\frac{ 3-m }{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{m^2 - 6m - 7} = 15 \Leftrightarrow 3-m \cdot \sqrt{(3-m)^2 - 16} = 15.$	0.25
	Giải phương trình ta được $m = 8$ Phương trình đường thẳng d là $y = -x + 8.$	0.25
17	Một gia đình nông dân quyết định mở rộng mô hình chăn nuôi nên đã mua về 20 con thỏ con từ một trang trại giống. Gia đình có sẵn hệ thống 10 chuồng, mỗi chuồng được thiết kế để nuôi đúng 2 con thỏ. Khi nhận được thỏ, gia đình thả chúng ra sân để kiểm tra sức khỏe và giúp thỏ làm quen với môi trường mới. Đàn thỏ gồm có 2 con lông màu đen, 1 con lông màu xám, 1 con lông màu vàng và các con thỏ còn lại đều có lông màu trắng. Sau khi kiểm tra xong, gia đình tiến hành bắt ngẫu nhiên từng con thỏ và thả vào các chuồng sao cho mỗi chuồng có đúng 2 con thỏ (không xét thứ tự các con thỏ trong một chuồng). Tính xác suất để sau khi sắp xếp ngẫu nhiên, có một chuồng chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu xám, đồng thời không có chuồng nào chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu vàng.	2.0
	Xếp 20 con thỏ vào 10 chuồng sao cho mỗi chuồng có đúng hai con, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \frac{20!}{2^{10}}.$	0.5
	Gọi A là biến cố : "Có một chuồng chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu xám đồng thời không có chuồng nào chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu vàng" Chọn chuồng cho cặp thỏ lông màu đen và lông màu xám là 20 cách.	0.25
	Số cách xếp 18 con thỏ còn lại vào 9 chuồng là $\frac{18!}{2^9}.$	0.25
	Số cách xếp 18 con thỏ vào 9 chuồng sao cho có một chuồng chứa cặp thỏ lông màu đen và lông màu vàng là $\frac{9 \cdot 16!}{2^8}.$	0.25
	Ta có số phần tử của biến cố A là $n(A) = 20 \cdot \left(\frac{18!}{2^9} - 9 \cdot \frac{16!}{2^8} \right).$	0.5
	Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{32}{323}.$	0.25

Câu	Sơ lược lời giải/Một số gợi ý chính	Điểm
18	Giả sử đường cao tốc giới hạn hai bên bởi hai đường thẳng song song a và b cách nhau $50m$, phía bên đường thẳng a có một khu chung cư đặt ở vị trí A và cách đường thẳng a là $1,5km$, phía bên đường thẳng b có một khu chung cư đặt ở vị trí B và cách đường thẳng b là $2,5km$. Người ta xây dựng một cây cầu vượt bắc qua đường cao tốc, chân cầu vượt đặt ở vị trí $E \in a$ và $F \in b$ sao cho $EF \perp a$ và độ dài đường $AE + EF + FB$ ngắn nhất. Trên đoạn AH vuông góc với a tại H, người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí M sao cho góc quan sát $\widehat{AME} = 120^\circ$. Trên đoạn BK vuông góc với b tại K, người ta cần đặt một trạm quan sát tại vị trí N sao cho góc quan sát $\widehat{BNF} = 120^\circ$, biết $HE + FK = 3km$. Tính khoảng cách AM và BN.	3.0
	Mô hình hóa bài toán 	0.25
	Gọi $ME = x \Rightarrow MH = \frac{x}{2} \Rightarrow AM = \frac{3}{2} - \frac{x}{2}$, $0 < x \leq 3$ (đơn vị km).	0.25
	Ta có $AE = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + x^2} + x\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3x^2}{4}}$.	0.25
	Gọi $NF = y \Rightarrow NK = \frac{y}{2} \Rightarrow NB = \frac{5}{2} - \frac{y}{2} \Rightarrow FB = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{3y^2}{4}}$, $0 < y \leq 5$ (đơn vị km)	0.25
	Ta có $AE + EF + FB = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3x^2}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{3y^2}{4}} + \frac{1}{20}$.	0.25
	Đặt $t = \frac{x\sqrt{3}}{2} = HE, z = \frac{y\sqrt{3}}{2} = KF \Rightarrow t + z = 3$.	0.25
	Xét $f(t) = \sqrt{\frac{9}{4} + t^2} + \sqrt{\frac{25}{4} + (3-t)^2} + \frac{1}{20}$, $0 < t < 3$.	0.25
	Ta có $f'(t) = \frac{t}{\sqrt{\frac{9}{4} + t^2}} - \frac{3-t}{\sqrt{\frac{25}{4} + (3-t)^2}}$.	0.25
	$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{\sqrt{\frac{9}{4} + t^2}} = \frac{3-t}{\sqrt{\frac{25}{4} + (3-t)^2}} \Leftrightarrow 9(3-t)^2 = 25t^2 \Leftrightarrow t = \frac{9}{8}$.	0.25
	Ta có bảng biến thiên	0.25

Câu	Sơ lược lời giải/Một số gợi ý chính	Điểm														
	<table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\frac{9}{8}$</td><td>3</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="4"></td></tr></table>	t	0	$\frac{9}{8}$	3	$f'(t)$		-	0	+	$f(t)$					
t	0	$\frac{9}{8}$	3													
$f'(t)$		-	0	+												
$f(t)$																
	Giá trị nhỏ nhất của quãng đường $AE + EF + FB$ là $5,05\text{ km}$.	0.25														
	Ta có $AM = \frac{12 - 3\sqrt{3}}{8} \approx 0,85\text{ km}, BN = \frac{20 - 5\sqrt{3}}{8} \approx 1,42\text{ km}$. Lưu ý: Nếu học sinh giải bằng tọa độ hóa hoặc sử dụng $\vec{u} + \vec{v} \geq \vec{u} + \vec{v}$ nếu đúng, vẫn cho điểm tối đa.	0.25														
19	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều cạnh a , tam giác SAB cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa BI và SA là $\frac{a\sqrt{39}}{10}$ với I là trung điểm AD .	3.5														
19a)	Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.	2.0														
	Vẽ hình đủ làm ý a) 	0.25														
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống $(ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ Ta có tam giác SAB cân tại $S \Rightarrow SM \perp AB \Rightarrow HM \perp AB$.	0.25														
	Ta có tam giác SCD vuông tại $C \Rightarrow DC \perp SC, SH \perp DC \Rightarrow HC \perp DC$.	0.25														
	Tứ giác $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh $a \Rightarrow DC \perp AC \Rightarrow H \in AC$ Tứ giác $ABCI$ là hình thoi $\Rightarrow O$ là trung điểm IB với O là giao điểm của IB và AC .	0.25														
	Xét tam giác IAB đều cạnh $a \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.	0.25														
	Ta có $DC \perp (SAC), DC // BI \Rightarrow BI \perp (SAC) OE \perp SA \Rightarrow d(SA, BI) = OE = \frac{a\sqrt{39}}{10}$.	0.25														
	Dựng $HF \perp SA \Rightarrow HF // OE \Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{39}}{15}$.	0.25														
	Ta có $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{13}}{6}$; Vậy thể tích $S.ABCD$ là $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.	0.25														

Câu	Sơ lược lời giải/Một số gợi ý chính	Điểm														
19 b)	Tính $\cos \alpha$ với α là số đo của nhị diện $[S, BD, C]$	1.5														
	Gọi số đo của nhị diện $[A, BD, S]$ là β , ta có $\alpha + \beta = 180^0$.	0.25														
	Dựng $HJ // AB, J \in BD \Rightarrow HJ \perp BD$; có $SH \perp BD \Rightarrow SJ \perp BD$ $\Rightarrow \widehat{SJH}$ là một góc phẳng nhị diện $[A, BD, S]$.	0.5														
	Ta có $BC // AD, AD = 2BC \Rightarrow JH = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$.	0.25														
	Xét tam giác SJH vuông tại H, $\cos \beta = \frac{3\sqrt{22}}{22}$.	0.25														
	Vậy $\cos \alpha = \cos(180^0 - \beta) = -\cos \beta = -\frac{3\sqrt{22}}{22}$.	0.25														
20	Tìm các số thực $x > 0, y > 1$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $e^{x^3+x} + \log_2 \frac{8x}{y-1} = e^{y^3-3y^2+4y-2} + 3 \text{ và } 2024^x + 2026^{y-1} = 2025x + 2023y - 2025.$	2.5														
	Ta có: $e^{x^3+x} + \log_2 x = e^{(y-1)^3+(y-1)} + \log_2 (y-1)$.	0.25														
	Xét hàm số $f(t) = e^{t^3+t} + \log_2 t, t > 0$ có $f'(t) = (3t^2 + 1).e^{t^3+t} + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0$ $\Rightarrow$ hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.	0.25														
	Ta có $f(x) = f(y-1) \Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1$.	0.25														
	Ta có phương trình $2024^x + 2026^x - 4048x + 2 = 0$.	0.25														
	Xét hàm số $g(x) = 2024^x + 2026^x - 4048x + 2$ $g'(x) = 2024^x \ln 2024 + 2026^x \ln 2026 - 4048$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$.	0.25														
	Ta có $g'(0).g'(1) < 0 \Rightarrow g'(x) = 0$ có một nghiệm $x_0 \in (0; 1)$.	0.25														
	Ta có $g''(x) = 2024^x (\ln 2024)^2 + 2026^x (\ln 2026)^2; g''(x) > 0 \forall x \in (0; 1)$ $\Rightarrow g'(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow x_0$ là nghiệm duy nhất của $g'(x)$.	0.25														
	Ta có bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>4</td><td colspan="3"></td></tr></table>	x	0	x_0	$+\infty$	$g'(x)$		-	0	+	$g(x)$	4				0.25
x	0	x_0	$+\infty$													
$g'(x)$		-	0	+												
$g(x)$	4															
	Dựa trên bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow g(x) = 0$ có nghiệm $x = a \Rightarrow y = a + 1; x = b \Rightarrow y = b + 1(0 < a < b)$	0.5														

----- HẾT -----