

(Đề thi có 05 trang)

Thời gian : 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 101

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $y=0$. B. $z=0$. C. $y+z=0$. D. $x=0$.

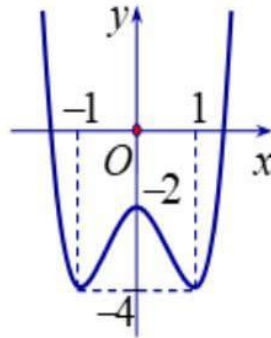
Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = -2$. C. $y = 2$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 0$.

Câu 5: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{S}{3V}$. B. $\frac{S}{V}$. C. $\frac{V}{S}$. D. $\frac{3V}{S}$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 3. B. -4. C. 2. D. 4.

Câu 8: Nếu $\int_0^3 [4f(x) - 3x^2] dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. 18. C. 8. D. 20.

Câu 9: Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. -27. B. -18. C. -20. D. -9.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

- A. 3. B. -2. C. -3. D. 2.

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

- A. $2\pi rl$. B. πrl . C. $\pi r^2 + \pi rl$. D. $\frac{1}{2}\pi rl$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = 2x + e^{-x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2023$

- A. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2023$. B. $F(x) = x^2 - e^x + 2024$.
C. $F(x) = x^2 + e^{-x} + 2022$. D. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2024$.

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

- A. $4\log_2 a$. B. $1 + 4\log_2 a$. C. $4 + 4\log_2 a$. D. $4 + \log_2 a$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $B(2; -1; 5)$ trên trục Oz ?

- A. $N(0; -1; 0)$. B. $M(0; 0; 5)$. C. $Q(2; -1; 0)$. D. $P(2; 0; 0)$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

- A. $\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $2\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc d ?

- A. $M(1; 3; -2)$. B. $P(2; 1; -2)$. C. $Q(1; 2; -3)$. D. $N(0; 3; -4)$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD' và $A'B$ bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(0; 5)$. C. $(5; 0)$. D. $(-1; 5)$.

Câu 20: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i) = 3+4i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 25$.

Câu 22: Biết $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx = a + be$, với a, b là số hữu tỉ. Tính $a^2 - b^2$.

- A. 192. B. -192. C. 200. D. -200.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(3; -1; 2)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$. B. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$. D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 2x - x^2, y = x$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục Ox

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{6\pi}{5}$. C. $\frac{\pi}{5}$. D. $\frac{\pi}{25}$.

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log x + \log(x-3) = 1$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

- A. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$. B. $\frac{a\sqrt{70}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{65}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{75}}{13}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$. Một vector chỉ phương của Δ có tọa độ là

- A. $(1; 1; -1)$. B. $(1; -2; 1)$. C. $(1; -1; 0)$. D. $(2; -1; -1)$.

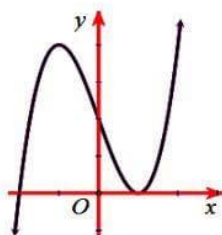
Câu 29: Cho mặt cầu có bán kính $r = 4\text{cm}$. Thiết diện của mặt cầu khi cắt bởi một mặt phẳng bất kì có diện tích lớn nhất bằng

- A. $16\pi\text{cm}^2$. B. $8\pi\text{cm}^2$. C. $32\pi\text{cm}^2$. D. $\frac{4}{3}\pi\text{cm}^2$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

- A. 4. B. 6. C. vô số. D. 2.

Câu 31: Đường cong trong hình vẽ bên, là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^4 - 3x^2 - 2$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0; 1; -2), B(3; -2; 1)$ và $C(1; 5; -1)$.

Viết phương trình tham số của đường thẳng CD

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -5 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 33: Biết số phức $z_1 = 3 + i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 - 3az + 2b = 0$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 7. B. 3. C. -3. D. 5.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-5; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; -5)$.

Câu 35: Một hộp đựng 9 viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{5}{14}$. D. $\frac{25}{42}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 2f(3x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 9$ và $2F(1) - 3F(9) = -9$. Khi đó $\int_1^9 f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 8. D. 0.

Câu 37: Cho số phức z thỏa thỏa $|z - 1 + i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3 + 4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(-7; -1)$. B. $I(7; -1)$. C. $I(-7; 1)$. D. $I(7; 1)$.

Câu 38: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $3a^3$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 39: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{\frac{2023}{x+y}} - z$. Tính giá trị biểu thức $S = xy + yz + zx$

- A. 2022. B. 1011. C. 2023. D. 1012.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2. Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó

- A. $V = 8\pi$. B. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $V = 7\pi$.

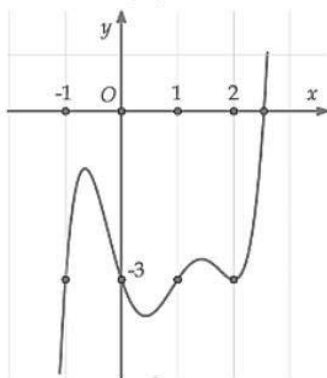
Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và điểm $M(2; -2; 5)$. Điểm $N(a; b; c)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -3. B. 3. C. -2. D. 2.

Câu 42: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0.5}(x-1) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[0; 2023]$?

- A. 2019. B. 2022. C. 2021. D. 2020.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3x) + 9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$ là

- A. $f(0)$. B. $f(1) + 2$. C. $f\left(\frac{1}{3}\right)$. D. $f(1)$.

Câu 44: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f(x)dx = F(4) - G(1) + m$ ($m > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 1$ và $x = 4$. Khi $S = 12$ thì m bằng

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(-2; 1)$ D. $(-1; 2)$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các tiếp điểm là M và N . Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = (1-m^3)x^3 + 3x^2 + (4-m)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100; 100]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi giá trị $x \in [3; 5]$

- A. 101. B. 99. C. 100. D. 102.

Câu 48: Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log(60x^2 + 120x + 10m - 10) - 3\log(x+1) > 1$ có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến x . Số phần tử của S là

- A. 10. B. 12. C. 9. D. 11.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = 2z - 5 + i$ sao cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Xét các số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2$ bằng

- A. $4\sqrt{37}$. B. $5\sqrt{17}$. C. $7\sqrt{13}$. D. 20.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + \int_0^2 (x+u)f(u)du$ có đồ thị (C) . Khi đó hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 5$ có diện tích S bằng

- A. $S = \frac{8405}{39}$. B. $S = \frac{137}{6}$. C. $S = \frac{83}{3}$. D. $S = \frac{125}{3}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.D	5.B	6.A	7.D	8.C	9.B	10.D
11.B	12.D	13.B	14.B	15.A	16.A	17.C	18.C	19.A	20.B
21.B	22.A	23.C	24.C	25.C	26.C	27.A	28.B	29.A	30.D
31.A	32.D	33.B	34.B	35.D	36.D	37.D	38.C	39.C	40.A
41.C	42.C	43.A	44.D	45.B	46.D	47.D	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $z = 0$. C. $y + z = 0$. **D. $x = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oyz) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vector $\vec{i}(1;0;0)$ làm vec tơ pháp

$$\text{tuyến có dạng: } 1.(x-0) + 0.(y-0) + 0.(z-0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = -2$. C. $y = 2$. **D. $y = \frac{1}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{2x-1} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{2x-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ là tiệm cận ngang.}$$

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^x$.** B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

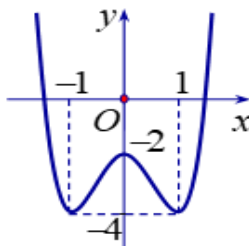
Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số } y = 2^x \Rightarrow y' = (2^x)' = 2^x \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } y = 2^x \text{ luôn đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$ C. $x = -2$. **D. $x = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Câu 5: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{S}{3V}$.

B. $\frac{S}{V}$.

C. $\frac{V}{S}$.

D. $\frac{3V}{S}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích khối lăng trụ: } V = S.h \Rightarrow h = \frac{V}{S}$$

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x$.

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta xét hàm số $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 3.

B. -4.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4$.

Câu 8: Nếu $\int_0^3 [4f(x) - 3x^2] dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 12.

B. 18.

C. 8.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Xét } \int_0^3 [4f(x) - 3x^2] dx = 5 &\Leftrightarrow 4 \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 3x^2 dx = 5 \\ &\Leftrightarrow 4 \int_0^3 f(x) dx - 27 = 5 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = 8. \end{aligned}$$

Câu 9: Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 27.

B. -18.

C. -20.

D. -9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét hàm số } y = x^4 - 8x^2 - 2 \text{ có } y' = 4x^3 - 16x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 5] \\ x = 2 \\ x = -2 \notin [1; 5] \end{cases}$$

Ta có $y(1) = -9$, $y(2) = -18$ và $y(5) = 423$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 3.

B. -2.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3 - 2i$ nên $\bar{z} = 3 + 2i$

Vậy phần ảo của $\bar{z}$ là 2.

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $2\pi rl$.

B. πrl .

C. $\pi r^2 + \pi rl$.

D. $\frac{1}{2}\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq} = \pi rl$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = 2x + e^{-x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2023$

A. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2023$.

B. $F(x) = x^2 - e^x + 2024$.

C. $F(x) = x^2 + e^{-x} + 2022$.

D. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2024$.

Lời giải

Chọn D

$$F(x) = \int (2x + e^{-x}) dx = \frac{2 \cdot x^2}{2} - e^{-x} + C = x^2 - e^{-x} + C$$

$$F(0) = 2023 \Leftrightarrow 0^2 - e^{-0} + C = 2023 \Leftrightarrow C = 2024$$

$$F(x) = x^2 - e^{-x} + 2024.$$

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

A. $4\log_2 a$.

B. $1 + 4\log_2 a$.

C. $4 + 4\log_2 a$.

D. $4 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(2a^4) = \log_2 2 + \log_2 a^4 = 1 + 4\log_2 a$$

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $B(2; -1; 5)$ trên trục Oz ?

A. $N(0; -1; 0)$.

B. $M(0; 0; 5)$.

C. $Q(2; -1; 0)$.

D. $P(2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $B(2; -1; 5)$ trên trục Oz là $M(0; 0; 5)$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\sqrt{2}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $2\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$V = B.h = a^2 \cdot \sqrt{2}a = \sqrt{2}a^3$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -3+t \end{cases}$. Điểm nào sau đây

không thuộc d ?

A. $M(1;3;-2)$.

B. $P(2;1;-2)$.

C. $Q(1;2;-3)$.

D. $N(0;3;-4)$.

Lời giải

Chọn A

+ Thay tọa độ điểm $M(1;3;-2)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases} 1 = 1+t \\ 3 = 2-t \\ -2 = -3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -1 \\ t = 1 \end{cases}$ vô lí, nên

$M \notin d$

+ Thay tọa độ điểm $P(2;1;-2)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases} 2 = 1+t \\ 1 = 2-t \\ -2 = -3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$ nên

$P \in d$

+ Thay tọa độ điểm $Q(1;2;-3)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases} 1 = 1+t \\ 2 = 2-t \\ -3 = -3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}$ nên $Q \in d$

+ Thay tọa độ điểm $N(0;3;-4)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases} 0 = 1+t \\ 3 = 2-t \\ -4 = -3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$ nên $N \in d$

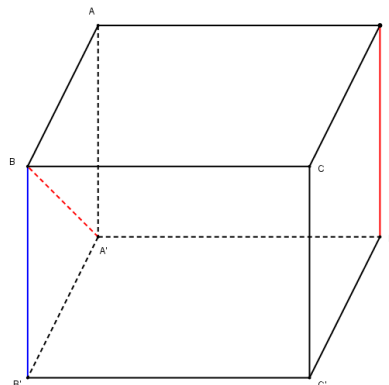
Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD' và $A'B$ bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 30° .



Lời giải

Chọn C

Theo tính chất hình lập phương ta có $DD' \parallel BB'$ nên

$$(A'B, DD') = (A'B, BB') = \widehat{A'BB'} = 45^\circ$$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn C

$y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Do đó tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là $(1; +\infty)$

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
A. $(5; -1)$. **B.** $(0; 5)$. **C.** $(5; 0)$. **D.** $(-1; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z_1 + z_2 = 2(2-i) + 1+i = 5-i$

Do đó điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(5; -1)$

Câu 20: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **B.** $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. **C.** $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. **D.** $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B

Vì áp dụng công thức $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $k = 5$

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i) = 3+4i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = 2$. **D.** $|z| = 25$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z(1-2i) = 3+4i \Leftrightarrow z = \frac{3+4i}{1-2i} \Leftrightarrow z = \frac{(3+4i)(1+2i)}{5} \Leftrightarrow z = -1+2i$.

Vậy ta có $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 22: Biết $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx = a+be$, với a, b là số hữu tỉ. Tính $a^2 - b^2$.

A. 192. **B.** -192. **C.** 200. **D.** -200.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx$.

Đặt $u = (3x-1) \Rightarrow du = 3dx$; $dv = e^{\frac{x}{2}} dx \Rightarrow v = 2e^{\frac{x}{2}}$.

Vậy ta có: $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}}(3x-1) \Big|_0^2 - 6 \int_0^2 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}}(3x-1) \Big|_0^2 - 12e^{\frac{x}{2}} \Big|_0^2$

$= 2(e(3 \cdot 2 - 1) - e^0(3 \cdot 0 - 1)) - 12(e - e^0) = 10e + 2 - 12e + 12 = 14 - 2e$.

Vậy ta có $a = 14; b = -2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 192$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(3; -1; 2)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là:

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1.$

B. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4.$

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5.$

D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn C

Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm $I(3; -1; 2)$ lên trục Ox , suy ra $M(3; 0; 0)$.

Khi đó phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -1; 2)$ và bán kính $r = |IM| = \sqrt{5}$ là:

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5.$$

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 2x - x^2, y = x$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{6\pi}{5}.$

C. $\frac{\pi}{5}.$

D. $\frac{\pi}{25}.$

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x - x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

Vậy thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 \left| (2x - x^2)^2 - x^2 \right| dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 3x^2) dx = \frac{\pi}{5}.$$

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log x + \log(x-3) = 1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log x + \log(x-3) = 1$

Điều kiện: $x > 3$.

Ta có:

$$\log x + \log(x-3) = 1 \Leftrightarrow \log x(x-3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 10 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Vậy $x = 5$ là nghiệm của phương trình.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$			-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-		+	0	+	0	+	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

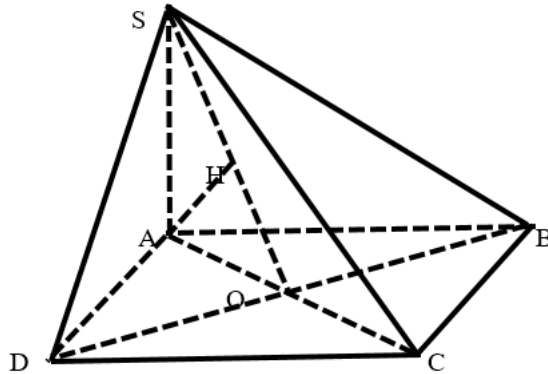
Do hàm số xác định trên R và $f'(x)$ có hai lần đổi dấu nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

- A. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$. B. $\frac{a\sqrt{70}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{65}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{75}}{13}$.

Lời giải

Chọn A



+ Ta có $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

$$+ d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH = \frac{AO \cdot AS}{\sqrt{AO^2 + AS^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{6}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{6})^2}} = \frac{a\sqrt{78}}{13}.$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$. Một vector chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(1; 1; -1)$. B. $(1; -2; 1)$. C. $(1; -1; 0)$. D. $(2; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Một vector chỉ phương của Δ là $\vec{U}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (1; -2; 1)$.

Câu 29: Cho mặt cầu có bán kính $r = 4cm$. Thiết diện của mặt cầu khi cắt bởi một mặt phẳng bất kì có diện tích lớn nhất bằng

- A. $16\pi cm^2$. B. $8\pi cm^2$. C. $32\pi cm^2$. D. $\frac{4}{3}\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn A

Thiết diện có diện tích lớn nhất khi thiết diện là hình tròn qua tâm mặt cầu $S_{TD} = \pi r^2 = 16\pi (cm^2)$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

- A. 4. B. 6. C. vô số. D. 2.

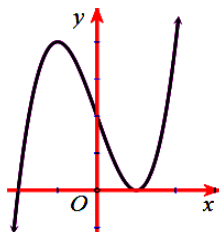
Lời giải

Chọn D

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

$$m(-m+1)-1.(-2)>0 \Leftrightarrow -m^2+m+2>0 \Leftrightarrow -1<m<2.$$

Câu 31: Đường cong trong hình vẽ bên, là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$

B. $y = -x^4 - 3x^2 - 2$

C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$

D. $y = -x^3 + 3x + 2$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy, đây là đồ thị của hàm số bậc ba và nhánh bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên $a > 0$ suy ra đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0;1;-2), B(3;-2;1)$ và $C(1;5;-1)$.

Viết phương trình tham số của đường thẳng CD .

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -5 - t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn D

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $CD \parallel AB$. Suy ra đường thẳng CD đi qua điểm $C(1;5;-1)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (3;-3;3) = 3(1;-1;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng CD là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Câu 33: Biết số phức $z_1 = 3 + i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 - 3az + 2b = 0$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 7

B. 3

C. -3

D. 5

Lời giải

Chọn B

Vì $z_1 = 3 + i$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 3az + 2b = 0$ nên $z_2 = 3 - i$ cũng là nghiệm của phương trình.

Theo định lý Vi-et thì $\begin{cases} z_1 + z_2 = 3a \\ z_1 \cdot z_2 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 3a \\ 10 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}.$

Vậy $b - a = 3$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(0; +\infty)$

B. $(-5; +\infty)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(-\infty; -5)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x-1 < 3x+9$$

$$\Leftrightarrow 2x > -10 \Leftrightarrow x > -5.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-5; +\infty)$.

Câu 35: Một hộp đựng 9 viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$

B. $\frac{5}{42}$

C. $\frac{5}{14}$

D. $\frac{25}{42}$

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Trường hợp 1: chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ.

Có C_5^2 cách chọn hai viên bi xanh.

Có C_4^1 cách chọn một viên bi đỏ.

Trường hợp 2: Chọn 3 viên bi xanh

Có C_5^3 cách chọn 3 viên bi xanh.

$$\text{Suy ra } n(\Omega_A) = C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3 = 50$$

$$\text{Vậy xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh là } P(A) = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}.$$

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 2f(3x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 9$ và $2F(1) - 3F(9) = -9$. Khi đó $\int_1^9 f(x)dx$ bằng

A. 9

B. 1

C. 8

D. 0

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ } f(x) = 2f(3x) \text{ suy ra } \int f(x)dx = 2 \int f(3x)dx \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}F(3x) + C$$

$$\text{Lần lượt thay } x=1 \text{ và } x=3 \text{ vào ta có } \begin{cases} F(1) = \frac{2}{3}F(3) + C \\ F(3) = \frac{2}{3}F(9) + C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(1) = \frac{2}{3} \cdot 9 + C \\ 9 = \frac{2}{3}F(9) + C \end{cases}$$

$$\text{Trừ vế theo vế ta được } F(1) - 9 = 6 - \frac{2}{3}F(9) \Leftrightarrow 3F(1) + 2F(9) = 45$$

$$\text{Lại theo đề bài ta có } 2F(1) - 3F(9) = -9 \text{ nên suy ra } F(1) = 9 \text{ và } F(9) = 9$$

$$\text{Ta có } \int_1^9 f(x)dx = F(9) - F(1) = 9 - 9 = 0$$

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức

$w = (3 + 4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(-7; -1)$

B. $I(7; -1)$

C. $I(-7; 1)$

D. $I(7; 1)$

Lời giải

Chọn D

Đặt $w = x + yi$

$$\text{Ta có } w = (3 + 4i)z \Rightarrow z = \frac{w}{3 + 4i} = \frac{x + yi}{3 + 4i} = \frac{(x + yi)(3 - 4i)}{(3 + 4i)(3 - 4i)} = \frac{(3x + 4y) + (-4x + 3y)i}{25}$$

$$\text{Lại có } |z - 1 + i| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x + yi}{3 + 4i} - 1 + i \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{(3x + 4y - 25) + (-4x + 3y + 25)i}{25} \right| = 3$$

$$\Leftrightarrow |(3x + 4y - 25) + (-4x + 3y + 25)i| = 75 \Leftrightarrow (3x + 4y - 25)^2 + (-4x + 3y + 25)^2 = 75$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 + 625 + 24xy - 150x - 200y + 16x^2 + 9y^2 + 625 - 24xy - 200x + 150y = 5625$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 + 25y^2 - 350x - 50y - 4375 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 14x - 2y - 175 = 0$$

Vậy tập hợp là đường tròn có tâm $I(7; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{7^2 + 1^2 + 175} = 15$

Câu 38: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $3a^3$

B. $\frac{a^3}{6}$

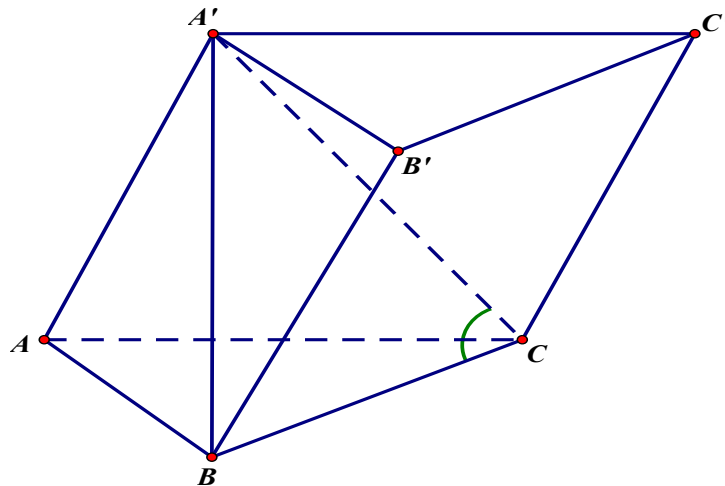
C. a^3

D. $\frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C

Hình vẽ



Theo đề ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2 \Leftrightarrow AC = a\sqrt{3}$

$$\text{Diện tích đáy là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Góc giữa $(A'C, (ABC)) = (A'C, BC) = A'CB = 30^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{A'B}{BC} \Rightarrow A'B = BC \cdot \tan 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = A'B \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3$$

Câu 39: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{\frac{2023}{x+y}-z}$. Tính giá trị biểu thức $S = xy + yz + zx$ bằng

A. 2022.

B. 1011.

C. 2023.

D. 1012.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x + y \neq 0$.

$$\text{Đặt } 3^x = 5^y = 15^{\frac{2023}{x+y}-z} = t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_3 t \\ y = \log_5 t \\ \frac{2023}{x+y} - z = \log_{15} t \end{cases}$$

$$\text{Mà } \log_{15} t = \frac{1}{\log_t 15} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 5} = \frac{\log_3 t \cdot \log_5 t}{\log_3 t + \log_5 t}$$

$$\Rightarrow \frac{2023}{x+y} - z = \frac{xy}{x+y}$$

$$\Rightarrow 2023 - z(x+y) = xy$$

$$\Leftrightarrow xy + yz + zx = 2023.$$

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2. Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $V = 8\pi$.

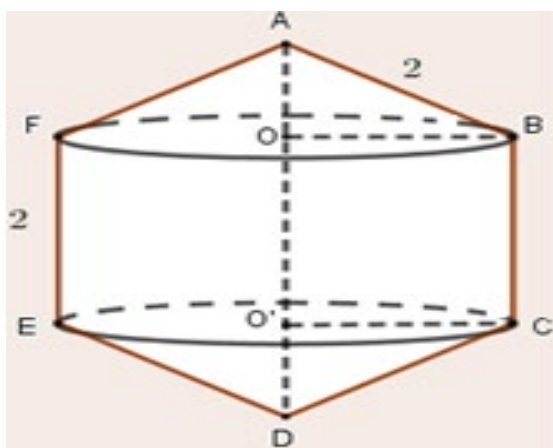
B. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 7\pi$.

Lời giải

Chọn A



Do $ABCDEF$ là hình lục giác đều nên ta có $\widehat{FAB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{OAB} = 60^\circ$.

Gọi O, O' lần lượt là hình chiếu của B, C lên AD .

Tam giác OAB vuông tại O có

$$OA = AB \cdot \cos 60^\circ = 1, \quad OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

Thể tích của khối nón đỉnh A , đáy là hình tròn tâm O là $V_1 = \frac{1}{3} \pi .OB^2 .AO = \frac{1}{3} \pi .3.1 = \pi$.

Thể tích khối trụ chiều cao OO' , đáy là hình tròn tâm O là $V_2 = \pi .OB^2 .OO' = \pi 3.2 = 6\pi$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và điểm $M(2; -2; 5)$. Điểm $N(a; b; c)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

A. -3 .

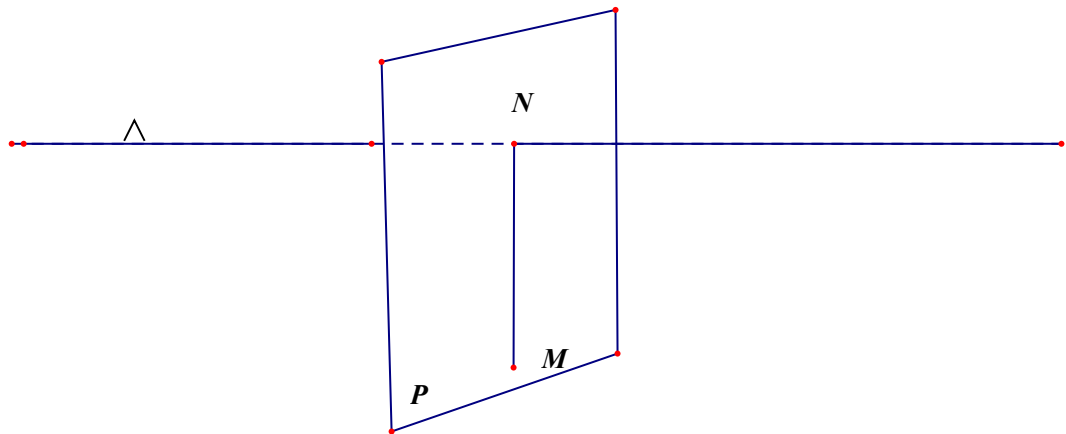
B. 3 .

C. -2 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn C



Điểm $N(a; b; c)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất khi và chỉ khi N là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng Δ .

Gọi mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với Δ nên nhận vector $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-2) + 1(y+2) - 1(z-5) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + y - z + 3 = 0.$$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases}$$

Tọa độ $N = \Delta \cap (P)$ nên suy ra $2(1+2t) + (-2+t) - (-t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$

Tọa độ $N\left(0; -\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Vậy $a = 0; b = -\frac{5}{2}; c = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b + c = 0 + \left(-\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{2} = -2$

Câu 42: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0.5}(x-1) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[0; 2023]$?

A. 2019.

B. 2022.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \Leftrightarrow x > 2 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq -\log_2(x-1) + 1$$

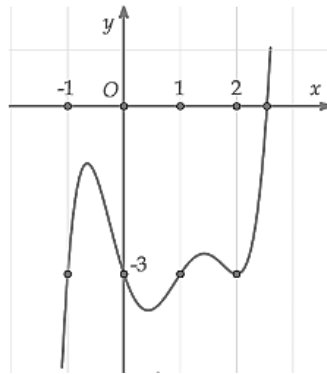
$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2)(x-1) \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) \geq 2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in [1 - \sqrt{2}; 0] \cup [1 + \sqrt{2}; +\infty)$$

$$\text{So với điều kiện } \Rightarrow x \in [1 + \sqrt{2}; +\infty)$$

Vậy có 2021 nghiệm nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

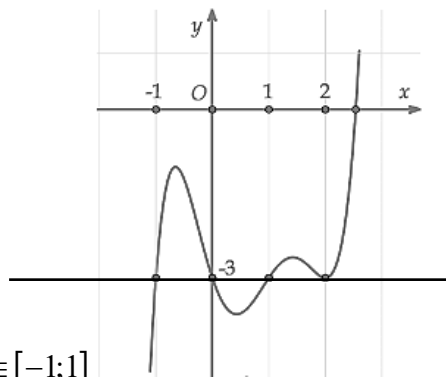
Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3x) + 9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$ là

- A.** $f(0)$. **B.** $f(1) + 2$. **C.** $f\left(\frac{1}{3}\right)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

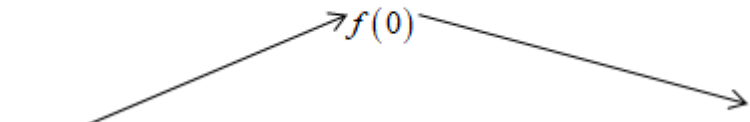
Chọn A

$$\text{Đặt } t = 3x \xrightarrow{x \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]} t \in [-1; 1]$$

Xét hàm số $y = f(t) + 3t, t \in [-1; 1]$ có $y' = f'(t) + 3$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2(\text{loại}) \end{cases}$$

$$y(-1) = f(-1) - 3; y(1) = f(1) + 3; y(0) = f(0)$$

t	-1	0	1		
y'	0	+	0	-	0
y					

Vậy $\max_{[-1;1]} y = f(0)$

- Câu 44:** Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f(x) dx = F(4) - G(1) + m$ ($m > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 1$ và $x = 4$. Khi $S = 12$ thì m bằng
- A. 6. B. 12. C. 8. **D. 4.**

Chọn D

Lời giải

Ta có $\int_1^4 f(x) dx = F(4) - F(1)$

Mà $\int_1^4 f(x) dx = F(4) - G(1) + m$

Suy ra: $F(4) - F(1) = F(4) - G(1) + m \Rightarrow G(1) - F(1) = m, (m > 0)$

Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ nên $G(x) - F(x) = m$

Do đó $S = \int_1^4 [G(x) - F(x)] dx = \int_1^4 m dx = mx \Big|_1^4 = 3m$

Mà $S = 12 \Rightarrow 3m = 12 \Rightarrow m = 4$

- Câu 45:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(-\infty; -1)$ **B. $(-\infty; -2)$** C. $(-2; -1)$ D. $(-1; 2)$

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $g'(x) = 2xf'(x^2 - 2)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

- Câu 46:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các tiếp điểm là M và N . Độ dài đoạn thẳng MN bằng
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ B. 3 C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;-1)$, bán kính $R = 2$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;1)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u_d} = (2;1;2)$

Xét mặt phẳng thiết diện đi qua tâm I , điểm M, N và cắt d tại H .

Khi đó $d(I, d) = IH$.

Ta có: $\vec{IA} = (-1; -2; 2)$.

$\vec{u_d} = (2; 1; 2)$

$\Rightarrow [\vec{IA}, \vec{u_d}] = (-6; 6; 3)$

$\Rightarrow d(I, d) = IH = \frac{[\vec{IA}, \vec{u_d}]}{|\vec{u_d}|} = \frac{\sqrt{(-6)^2 + 6^2 + 3^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3$.

$\Rightarrow IH = 3, IM = IN = R = 2 \Rightarrow MH = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{IH^2 - IM^2} = \sqrt{5}$.

Gọi O là trung điểm của MN . Khi đó:

$MO = \frac{MH \cdot IM}{IH} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow MN = 2MO = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

- Câu 47:** Cho hàm số $f(x) = (1-m^3)x^3 + 3x^2 + (4-m)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100; 100]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi giá trị $x \in [3; 5]$.
- A. 101. B. 99. C. 100. D. 102.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 3(1-m^3)x^2 + 6x + 4 - m = 3x^2 + 6x + 4 - m(3m^2x^2 + 1)$.

Ta thấy: $3x^2 + 6x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Điều kiện cần:

$\begin{cases} f(3) \geq 0 \\ f(5) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27(1-m^3) + 27 + 3(4-m) + 2 \geq 0 \\ 125(1-m^3) + 75 + 5(4-m) + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27m^3 - 3m + 68 \geq 0 \\ -125m^3 - 5m + 222 \geq 0 \end{cases}$

Vì $m \in [-100, 100]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-100, -99, -98, \dots, 0, 1\}$.

Điều kiện đủ:

Nếu $m = 1$ thì $f(x) = 3x^2 + 3x + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, $m = 1$ (Nhận).

Nếu $m \leq 0$ thì $-m(3m^2x^2 + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $m \leq 0$ (Nhận).

Vậy có 102 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài.

Câu 48: Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log(60x^2 + 120x + 10m - 10) - 3\log(x + 1) > 1$ có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến x . Số phần tử của S là

A. 10.

B. 12

C. 9

D. 11

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 60x^2 + 120x + 10m - 10 > 0 \\ x > -1 \end{cases}$.

$\log(60x^2 + 120x + 10m - 10) - 3\log(x + 1) > 1$

$\Leftrightarrow 1 + \log(6x^2 + 12x + m - 1) > \log(x + 1)^3 + 1$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 12x + m - 1 > (x + 1)^3 (*)$.

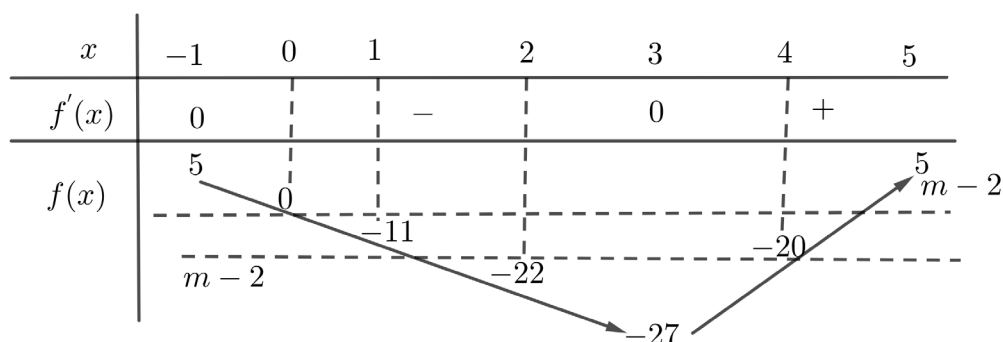
Từ $(*) \Rightarrow$ điều kiện: $x > -1$.

$(*) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x < m - 2$.

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ với $x > -1$.

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.



Để miền nghiệm chứa 4 giá trị nguyên của biến x thì $-11 < m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -9 < m \leq 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 11 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = 2z - 5 + i$ sao cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Xét số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2$ bằng

A. $4\sqrt{37}$.

B. $5\sqrt{17}$.

C. $7\sqrt{13}$.

D. 20.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $w = 2z - 5 + i \Leftrightarrow z = \frac{w + 5 - i}{2}$. Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{w + 5 - i}{2} - 3 + i \right) \cdot \left(\frac{\bar{w} + 5 + i}{2} - 3 - i \right) = 36$$

$$\Leftrightarrow (w - 1 + i)(\bar{w} - 1 - i) = 144$$

$$\Leftrightarrow [(x - 1) + (y + 1)i] \cdot [(x - 1) - (y + 1)i] = 144$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 144.$$

Tập hợp điểm biểu diễn của w là đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 12$.

Gọi A, B là điểm biểu diễn của số phức w_1, w_2 , $M(0; 5)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= MA^2 - MB^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= IA^2 - IB^2 + 2 \cdot \overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}) = 2 \cdot \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BA} = 2 \cdot \sqrt{17} \cdot 2 \cdot \cos(\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{BA}) \end{aligned}$$

$$P \text{ đạt giá trị lớn nhất} \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MI}) = 1.$$

Giá trị lớn nhất của P là: $4\sqrt{17}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + \int_0^2 (x+u)f(u)du$ có đồ thị (C) . Khi đó hình phẳng giới hạn bởi

(C) , trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 5$ có diện tích S bằng

A. $S = \frac{8405}{39}$.

B. $S = \frac{137}{6}$.

C. $S = \frac{83}{3}$.

D. $S = \frac{125}{3}$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có: } y = f(x) = x^2 + \int_0^2 (x+u)f(u)du = x^2 + x \int_0^2 f(u)du + \int_0^2 u \cdot f(u)du.$$

$$\text{Đặt } A = \int_0^2 f(u)du, B = \int_0^2 u \cdot f(u)du \text{ ta có: } y = f(x) = x^2 + Ax + B.$$

$$A = \int_0^2 f(u)du = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (x^2 + Ax + B)dx = \left(\frac{x^3}{3} + A \frac{x^2}{2} + Bx \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2A + 2B$$

$$\text{Suy ra: } A + 2B = -\frac{8}{3} \quad (1).$$

$$B = \int_0^2 u \cdot f(u)du = \int_0^2 x \cdot f(x)dx = \int_0^2 (x^3 + Ax^2 + Bx)dx = \left(\frac{x^4}{4} + A \frac{x^3}{3} + B \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 4 + \frac{8}{3}A + 2B$$

$$\text{Suy ra: } \frac{8}{3}A + B = -4 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có : $A = -\frac{16}{13}; B = -\frac{28}{39}$

$$f(x) = x^2 - \frac{16}{13}x - \frac{28}{39}.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 5 là : $y = \frac{114}{13}x - \frac{1003}{39}.$

$$\text{Diện tích cần tìm là : } S = \int_0^5 \left(x^2 - \frac{16}{13}x - \frac{28}{39} \right) - \left(\frac{114}{13}x - \frac{1003}{39} \right) dx = \frac{125}{3}.$$