

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Trong lớp 10A có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp chỉ giỏi đúng một môn trong ba môn Toán, Lý, Hóa?

b) Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 6 tạ rau. Nếu giá bán rau là 28000 đồng mỗi kg thì lượng rau thu hoạch trong ngày được bán hết. Nếu giá bán rau cao hơn 28000 đồng mỗi kg thì không bán hết lượng rau thu hoạch được. Cứ tăng giá bán thêm 1000 đồng cho mỗi kg thì số rau thừa lại tăng thêm 15 kg. Số rau thừa được một cơ sở chăn nuôi trong vùng thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng mỗi kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau là lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi kg rau?

Câu 2. (4,0 điểm)

Trong năm nay, một cửa hàng kinh doanh xe máy dự định kinh doanh hai loại xe máy: xe máy Lead và xe máy Vision, với số vốn ban đầu không vượt quá 36 tỉ đồng. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Lead là 40 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 5 triệu đồng một chiếc. Giá nhập về 1 chiếc xe máy Vision là 30 triệu đồng, lợi nhuận dự kiến là 3,2 triệu đồng một chiếc. Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu thị trường không vượt quá 1100 chiếc xe cả hai loại và nhu cầu xe Lead không vượt quá 1,5 lần nhu cầu xe Vision. Lợi nhuận lớn nhất của cửa hàng có thể thu được là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3. (3,0 điểm)

a) Trong năm đầu tiên đi làm, anh Huy nhận được lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh Huy lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Kể từ năm thứ hai, mỗi khi lĩnh lương, anh Huy đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước đó để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi tính từ khi đi làm, sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh Huy mua được ô tô giá 500 triệu đồng biết rằng anh Huy được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

b) Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8.

Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để bạn Sơn thua.

Câu 4. (6,0 điểm)

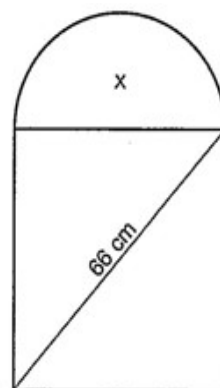
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , góc $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a$, $SB = a\sqrt{3}$.

a) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

b) Tính số đo góc nhị diện $[B, SA, C]$.

Câu 5. (3,0 điểm)

Mặt cắt đứng của cột mốc trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên dưới). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm . Diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Hãy tính chiều cao của cột mốc (đơn vị: cm, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



-----HẾT-----

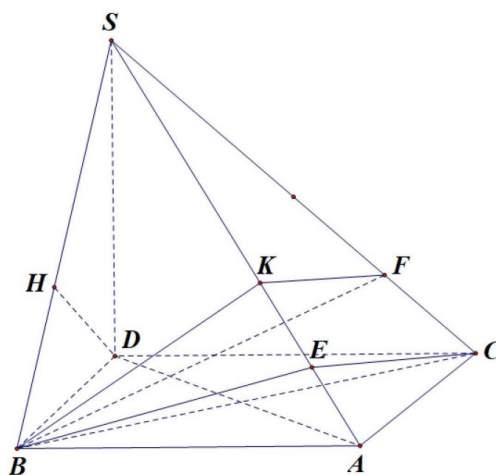
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,0 đ)	a) Trong lớp 10A có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp chỉ giỏi đúng một môn trong ba môn Toán, Lý, Hóa?	2,0
	Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ giỏi đúng một môn trong ba môn Toán, Lý, Hóa. x là số học sinh chỉ giỏi Toán và Lý, y là số học sinh chỉ giỏi Lý và Hóa, z là số học sinh chỉ giỏi Hóa và Toán. Dựa vào biểu đồ Ven ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} x+t=9 \\ y+t=6 \\ z+t=8 \\ x+y+z=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \\ z=4 \\ t=4 \end{cases}$ Ta có $a+x+z+t=16 \Rightarrow a=3$ Tương tự $b+x+y+t=15 \Rightarrow b=4$, $c+y+z+t=11 \Rightarrow c=1$ Suy ra số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa là $3+4+1=8$.	1,0 1,0
	b) Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 6 tạ rau. Nếu giá bán rau là 28000 đồng mỗi kg thì lượng rau thu hoạch trong ngày được bán hết. Nếu giá bán rau cao hơn 28000 đồng mỗi kg thì không bán hết lượng rau thu hoạch được. Cứ tăng giá bán thêm 1000 đồng cho mỗi kg thì số rau thừa lại tăng thêm 15 kg. Số rau thừa được một cơ sở chăn nuôi trong vùng thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng mỗi kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau là lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi kg rau?	2,0
	Gọi x (nghìn đồng) là giá bán cần tăng thêm với mỗi kg rau. Điều kiện $0 < x < 40$. Suy ra giá bán mỗi kg rau là $28+x$ (nghìn đồng). Khi đó mỗi ngày trang trại bán được $600-15x$ kg rau. Mỗi ngày trang trại thu được số tiền bán rau là: $R(x) = (600-15x)(28+x) + 2 \cdot 15x$ (nghìn đồng). Hay $R(x) = -15x^2 + 210x + 16800$ $R(x)$ là hàm bậc hai có hệ số $a = -15 < 0$ nên $R(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{210}{2 \cdot (-15)} = 7$ Vậy giá bán mỗi kg rau là $28+7=35$ (nghìn đồng) thì số tiền bán rau của trang trại trong mỗi ngày là lớn nhất.	0,5 0,5 0,5 0,5

	Số tiền mà anh Huy phải trả khi mua xe ô tô là $500.0,68 = 340$ (triệu đồng) Tổng tiền lương năm đầu tiên anh Huy nhận được là $T_1 = 10.12 = 120$ (triệu đồng) Số tiền tiết kiệm được sau năm thứ hai là $T_2 = 120.1,12 - 120 = 120.0,12$ (triệu đồng) Số tiền tiết kiệm được sau năm thứ ba là $T_3 = 120.1,12^2 - 120.1,12 = 120.1,12.0,12$ (triệu đồng) Số tiền tiết kiệm được sau năm thứ n là $T_n = 120.1,12^{n-1} - 120.1,12^{n-2} = 120.1,12^{n-2}.0,12 \text{ (triệu đồng)}$ Tổng số tiền tiết kiệm của anh Huy sau năm thứ n à $T = T_2 + T_3 + \dots + T_n = 120.0,12 + 120.1,12.0,12 + \dots + 120.1,12^{n-2}.0,12$ $= 120.0,12.(1 + 1,12 + \dots + 1,12^{n-2}) = 120.0,12. \frac{1,12^{n-1} - 1}{1,12 - 1} = 120.(1,12^{n-1} - 1)$ Để anh Huy đủ tiền mua xe thì $T \geq 340 \Leftrightarrow 120.(1,12^{n-1} - 1) \geq 340 \Leftrightarrow n - 1 \geq \log_{1,12} \left(\frac{23}{6} \right) \Rightarrow n \geq 12,8$ Vậy tính từ khi đi làm, phải ít nhất 13 năm thì anh Huy mới đủ tiền mua ô tô.	0,5 0,5
	b) Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để bạn Sơn thua.	2,0
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3.C_8^3 = 84.56 = 4704$. Gọi A là biến cố “Sơn thua” tức là số của Sơn nhỏ hơn số của Hải. Gọi bộ 3 quả bóng Hải bốc được là $H = \{h_1; h_2; h_3\}$ với $h_1 > h_2 > h_3$ Gọi bộ 3 quả bóng Sơn bốc được là $S = \{s_1; s_2; s_3\}$ với $s_1 > s_2 > s_3$ Số của Hải là $\overline{h_1 h_2 h_3}$, số của Sơn là $\overline{s_1 s_2 s_3}$ Trường hợp 1: Hải bốc được quả bóng số 9. Khi đó số của Hải luôn lớn hơn của Sơn. Số cách chọn là $C_8^2.C_8^3 = 28.56 = 1568$. Trường hợp 2: Hải không bốc được quả bóng số 9. Khi đó Hải và Sơn đều bốc 3 quả ngẫu nhiên từ tập Khi đó Hải và Sơn đều bốc 3 quả ngẫu nhiên từ tập $\{1; 2; \dots; 8\}$ Số cách chọn là $C_8^3.C_8^3 = 56.56 = 3136$. Vai trò của Hải và Sơn như nhau, có 3 khả năng: Hải thắng, Sơn thắng và hòa. Số trường hợp hòa (hai bạn bốc giống nhau) là $C_8^3 = 56$. Số trường hợp Hải thắng và Sơn thắng là như nhau và bằng $\frac{3136 - 56}{2} = 1540$ $\Rightarrow n(A) = 1568 + 1540 = 3108$ $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3108}{4704} = \frac{37}{56}$	0,5 0,5 0,5
Câu 4 (6,0 đ)	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, góc $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a$, $SB = a\sqrt{3}$. a) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB). b) Tính số đo góc nhị diện $[B, SA, C]$.	6,0



a) Gọi D là hình chiếu của S trên $mp(ABC)$. Ta có:

$$\blacklozenge \begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow AB \perp BD.$$

0,5

$$\blacklozenge \begin{cases} AC \perp SC \\ AC \perp SD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SCD) \Rightarrow AC \perp CD.$$

0,5

$\Rightarrow ABDC$ là hình chữ nhật.

Kẻ đường cao DH của tam giác SBD . Ta có

$$\begin{cases} DH \perp SB \\ DH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB).$$

0,5

Vì $CD \parallel AB$ đường cao nên $d(C, (SAB)) = d(D, (SAB)) = DH$

0,5

$$BD = AC = a, SD = \sqrt{SB^2 - BD^2} = \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 - a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow BH = \frac{SD \cdot BD}{\sqrt{SD^2 + BD^2}} = \frac{a \cdot \sqrt{2}a}{\sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$$

1,0

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $BK \perp SA$, trong mặt phẳng (SAC) kẻ $CE \perp SA, KF \parallel CE \Rightarrow KF \perp SA$.

0,5

Do đó $\widehat{BKF}$ là 1 góc phẳng của góc nhị diện $[B, SA, C]$.

Ta có:

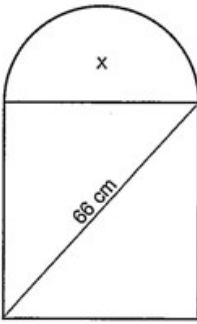
$$SC = \sqrt{SD^2 + DC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a$$

$$SA = \sqrt{SB^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{5}, BK = \frac{SB \cdot AB}{SA} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5},$$

0,5

$$CE = \frac{SC \cdot AC}{SA} = \frac{2a \cdot a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5},$$

0,5

	$\frac{SK}{SA} = \frac{SB^2}{SA^2} = \frac{3}{5}, \frac{SE}{SA} = \frac{SC^2}{SA^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{SK}{SE} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{SF}{SC} = \frac{KF}{CE} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow SF = \frac{3}{4}SC = \frac{3a}{2}, KF = \frac{3}{4}CE = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$ $\cos \widehat{BSF} = \cos \widehat{BSC} = \frac{SB^2 + SC^2 - BC^2}{2.SB.SC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow BF = \sqrt{SB^2 + SF^2 - 2.SB.SF.\cos \widehat{BSF}} = \frac{3a}{2}$ $\Rightarrow \cos \widehat{BKF} = \frac{BK^2 + KF^2 - BF^2}{2.BK.KF} = -\frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow \widehat{BKF} \approx 114^\circ$ Vậy số đo góc nhị diện $[S, BM, E]$ khoảng 114°.	0,5
		0,5
		0,5
Câu 5 (3,0 đ)	Mặt cắt đứng của cột mốc trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên dưới). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm. Diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Hãy tính chiều cao của cột mốc (đơn vị: cm, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).	3,0
		
	Gọi đường kính của nửa hình tròn là $x(\text{cm})(x > 0)$. Độ dài cạnh bên của hình chữ nhật là $\sqrt{66^2 - x^2}$. Diện tích nửa hình tròn là $\frac{\pi x^2}{8}$. Diện tích hình chữ nhật là $x\sqrt{66^2 - x^2}$. Theo giả thiết ta có: $\frac{\pi x^2}{8} = 0,3.x.\sqrt{66^2 - x^2}$ $\Rightarrow 5\pi x = 12\sqrt{66^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{627264}{25\pi^2 + 144} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{627264}{25\pi^2 + 144}}$ Vậy chiều cao của cột mốc là $\sqrt{66^2 - x^2} + \frac{x}{2} \approx 72,5\text{ cm}$.	0,5
		0,5
		0,5
		0,5
		1,0