

Câu 1 (1.5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1} \quad (C)$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số;
2. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$.

Câu 2 (0.5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (x-1)e^x$ trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 3 (1.0 điểm)

1. Giải phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ trên tập số thực.
2. Cho số phức z thỏa mãn $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Tính mô đun của z .

Câu 4 (1.0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1)e^x dx$

Câu 5 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB , biết rằng $SH = 2a$.

Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (MAC) , trong đó M là trung điểm của cạnh SB .

Câu 6 (1.0 điểm)

1. Giải phương trình $2\cos 2x + 8\sin x - 5 = 0$ trên tập số thực.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển theo nhị thức Newton $\left(2x + \frac{1}{x^3}\right)^{100}$, $(x \neq 0)$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và M là một điểm thuộc cạnh CD ($M \neq C, D$). Qua điểm A dựng đường thẳng d vuông góc với AM , d cắt đường thẳng BC tại điểm N . Biết rằng trung điểm của đoạn thẳng MN là gốc tọa độ O , I là giao điểm của AO và BC . Tìm tọa độ điểm B của hình vuông biết $A(-6;4), O(0;0), I(3;-2)$ và điểm N có hoành độ âm.

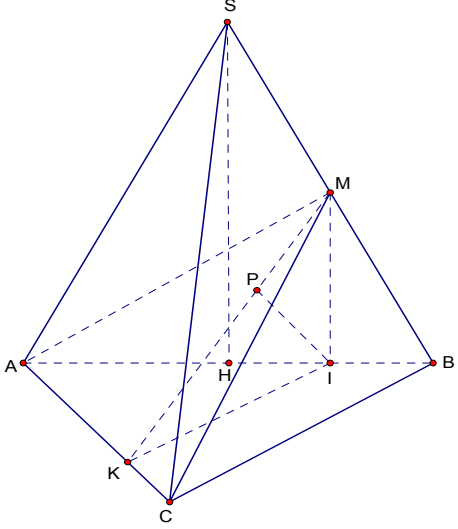
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $(x^2 - x - 6)\sqrt{x-1} + (x-2)\sqrt{x+1} \geq 3x^2 - 9x + 2$ trên tập $\mathbb{R}$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + 2b > c$ và $a^2 + b^2 + c^2 - 2 = ab + bc + ca$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a+c+2}{a(b+c)+a+b+1} - \frac{a+b+1}{(a+c)(a+2b-c)}$.

Đáp án		Điểm																				
Câu 1 (1.5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1} \quad (C)$ 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số;																						
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$ Sự biến thiên: $y' = \frac{-3}{\left(x - 1\right)^2} < 0, \forall x \in D$		0.25																				
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 2$		0.25																				
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>$\parallel$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$\swarrow$</td><td>$\searrow$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table>		x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	$-$	$\parallel$	$-$	y	2	$\swarrow$	$\searrow$			$-\infty$	$+\infty$				2	0.25
x	$-\infty$	1	$+\infty$																			
y'	$-$	$\parallel$	$-$																			
y	2	$\swarrow$	$\searrow$																			
		$-\infty$	$+\infty$																			
			2																			
Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định																						
Một số điểm thuộc đồ thị																						
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>5</td></tr></table>	x	0	2	y	-1	5																
x	0	2																				
y	-1	5																				
		0.25																				
2. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = x - 1$.																						
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là																						

$\frac{2x+1}{x-1} = x-1; (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ $KL: A(0; -1), B(4; 3)$	0.25
	0.25
Câu 2 (0.5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (x-1)e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$.	
Hàm số xác định và liên tục trên $[-1; 1]$	
$f'(x) = e^x + (x-1)e^x = xe^x$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $f(0) = -1; f(-1) = -\frac{2}{e}; f(1) = 0$	0.25
Kết luận: $\min_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = -1; \max_{[-1; 1]} f(x) = f(1) = 0$	0.25
Câu 3 (1.0 điểm). 1. Giải phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ trên tập số thực.	
$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0.25
	0.25
2. Cho số phức z thỏa mãn $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Tính mô đun của z .	
Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ ta có	
$z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2 \Leftrightarrow a + bi - (1+i)(a - bi) = -3 - 4i$ $\Leftrightarrow a + bi - (a - bi + ai + b) = -3 - 4i$ $\Leftrightarrow -b + (2b - a)i = -3 - 4i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -b = -3 \\ 2b - a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 10 + 3i$ $ z = \sqrt{109}$	0.25
	0.25
Câu 4 (1.0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1)e^x dx$	
Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$	0.25

$I = (x-1)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx$ $= (x-2)e^x \Big _0^1 = (-e) - (-2)$ $= 2 - e$	0.25
Câu 5 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB , biết rằng $SH = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (MAC) , trong đó M là trung điểm của cạnh SB .	
	$S_{ABC} = \frac{1}{2} CA.CB = \frac{1}{2} a^2$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC}.SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot 2a = \frac{a^3}{3}$ Dựng được IP, chứng minh được $IP \perp (MAC)$ Tính đúng $d(B, (MAC)) = \frac{4}{5} a$
Câu 6 (1.0 điểm) 1. Giải phương trình $2 \cos 2x + 8 \sin x - 5 = 0$ trên tập số thực.	
$2 \cos 2x + 8 \sin x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow -4 \sin^2 x + 8 \sin x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$	0.25 0.25
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển theo nhị thức $\left(2x + \frac{1}{x^3}\right)^{100}$, $(x \neq 0)$.	
$\left(2x + \frac{1}{x^3}\right)^{100} = \sum_{k=0}^{100} C_{100}^k \cdot (2x)^{100-k} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k$ $= \sum_{k=0}^{100} C_{100}^k \cdot 2^{100-k} \cdot x^{100-4k}$ Số hạng không chứa x ứng với $k = 25$. Kết luận: $C_{100}^{25} 2^{75}$	0.25 0.25
Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A	

và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm.	
$R = d(A, P) = \frac{ 2 - 3 - 4 - 1 }{3} = 2$	0.25
$(S) : (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 4$	0.25
Gọi H là tiếp điểm, ta có AH đi qua $A(1; 3; -2)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 2)$	
$AH : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \Rightarrow H(1 + 2t; 3 - t; -2 + 2t)$	0.25
$H \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) - (3 - t) + 2(-2 + 2t) - 1 = 0$	
$\Leftrightarrow 9t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{-2}{3}\right)$	0.25
Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và M là một điểm thuộc cạnh CD . Qua điểm A dựng đường thẳng d vuông góc với AM , d cắt đường thẳng BC tại điểm N . Biết rằng trung điểm của đoạn thẳng MN là gốc tọa độ O , I là giao điểm của AO và BC . Tìm tọa độ điểm B của hình vuông biết $A(-6; 4), O(0; 0), I(3; -2)$ và điểm N có hoành độ âm.	
Chứng minh được tam giác AMN vuông cân tại A	0.25
$MN : 3x - 2y = 0, N(-4; -6)$	0.25
$BC : 4x - 7y - 26 = 0, AB : 7x + 4y + 26 = 0$	0.25
$B\left(-\frac{6}{5}; -\frac{22}{5}\right)$	0.25
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất pt $(x^2 - x - 6)\sqrt{x - 1} + (x - 2)\sqrt{x + 1} \geq 3x^2 - 9x + 2$	
$(x^2 - x - 6)\sqrt{x - 1} + (x - 2)\sqrt{x + 1} \geq 3x^2 - 9x + 2$ $\Leftrightarrow (x^2 - x - 6)(\sqrt{x - 1} - 1) + (x - 2)(\sqrt{x + 1} - 2) \geq 2x^2 - 10x + 12$	0.25

$\Leftrightarrow \frac{(x^2 - x - 6)(x - 2)}{\sqrt{x - 1} + 1} + \frac{(x - 2)(x - 3)}{\sqrt{x + 1} + 2} \geq 2x^2 - 10x + 12$ $\Leftrightarrow \frac{(x^2 - 5x + 6)(x + 2)}{\sqrt{x - 1} + 1} + \frac{(x^2 - 5x + 6)}{\sqrt{x + 1} + 2} \geq 2(x^2 - 5x + 6)$ $\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 6) \left[\frac{x + 2}{\sqrt{x - 1} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x + 1} + 2} - 2 \right] \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 6) \left[\frac{(\sqrt{x - 1} - 1)^2}{\sqrt{x - 1} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x + 1} + 2} \right] \geq 0$ $\Leftrightarrow x \in [1; 2] \cup [3; +\infty)$	0.5												
Câu 10 (1,0 điểm). Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + 2b > c$ và $a^2 + b^2 + c^2 - 2 = ab + bc + ca$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a + c + 2}{a(b + c) + a + b + 1} - \frac{a + b + 1}{(a + c)(a + 2b - c)}$													
$2 + ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + 2bc$ $\Rightarrow 2(ab + ac + 1) \geq a^2 + ab + bc + ca \Rightarrow 2(ab + ac + 1) \geq (a + b)(a + c)$ $\Rightarrow ab + ac + 1 \geq \frac{(a + b)(a + c)}{2} \Rightarrow a(b + c) + a + b + 1 \geq \frac{(a + b)(a + c)}{2} + (a + b)$ $\Rightarrow a(b + c) + a + b + 1 \geq \frac{(a + b)(a + c + 2)}{2} \Rightarrow \frac{a + c + 2}{a(b + c) + a + b + 1} \leq \frac{2}{a + b}$ $(a + c)(a + 2b - c) \leq \frac{1}{4}(a + c + a + 2b - c)^2 = (a + b)^2$ $\Rightarrow \frac{a + b + 1}{(a + c)(a + 2b - c)} \geq \frac{a + b + 1}{(a + b)^2} = \frac{1}{a + b} + \frac{1}{(a + b)^2}$	0.5												
Khi đó $P \leq \frac{2}{a + b} - \frac{1}{a + b} - \frac{1}{(a + b)^2} = \frac{1}{a + b} - \frac{1}{(a + b)^2}; t = \frac{1}{a + b} > 0$													
Xét hàm số $f(t) = t - t^2; t > 0, f'(t) = 1 - 2t, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$													
<table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$	0.25
t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
$f'(t)$	+	0	-										
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$										
Kết luận: $MaxP = \frac{1}{4}, khi a = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}, b = c = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$	0.25												