

MỤC LỤC HÀM SỐ

Trang

<u>Bài 1. Tính đơn điệu và cực trị</u>	1
A. Kiến thức cơ bản	1
B. Một số dạng toán tự luận thường gặp	2
<u>Dạng 1.</u> Xác định các khoảng đơn điệu và cực trị khi cho bảng biến thiên, đồ thị	2
<u>Dạng 2.</u> Khảo sát đơn điệu và cực trị của hàm số đơn giản	5
<u>Dạng 3.</u> Nhóm bài toán thực tế	9
<u>Dạng 4.</u> Một số bài toán hàm hợp cơ bản	12
<u>Dạng 5.</u> Ứng dụng tính đơn điệu giải phương trình và bất phương trình	13
<u>Dạng 6.</u> Một số bài toán chứa tham số	14
C. Bài tập rèn luyện đơn điệu và cực trị	15
<u>Phần 1.</u> Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn	15
<u>Phần 2.</u> Trắc nghiệm đúng sai	26
<u>Phần 3.</u> Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn	45
D. 04 đề rèn luyện đơn điệu và cực trị	55
Đề số 01.	55
Đề số 02	58
Đề số 03	62
Đề số 04	65
<u>Bài 2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất</u>	69
A. Kiến thức cơ bản	69
B. Một số dạng toán tự luận thường gặp	69
<u>Dạng 1.</u> Tìm gtn và gtnn khi đề bài cho bảng biến thiên hoặc $f(x)$ hoặc $f'(x)$	69
<u>Dạng 2.</u> Tìm gtn và gtnn của hàm số cơ bản trên đoạn và trên khoảng	71
<u>Dạng 3.</u> Nhóm bài toán thực tế	74
C. Bài tập rèn luyện giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất	77
<u>Phần 1.</u> Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn	77
<u>Phần 2.</u> Trắc nghiệm đúng sai	89
<u>Phần 3.</u> Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn	101
D. 04 đề rèn luyện giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất	106
Đề số 01.	106
Đề số 02	110
Đề số 03	113
Đề số 04	116

<u>Bài 3. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số</u>	120
A. Kiến thức cơ bản	120
B. Một số dạng toán tự luận thường gặp	121
<u>Dạng 1.</u> Tìm đường tiệm cận khi cho bảng biến thiên hoặc đồ thị	121
<u>Dạng 2.</u> Tìm các đường tiệm cận khi đề bài cho hàm số cụ thể	125
<u>Dạng 3.</u> Nhóm bài toán thực tế	127
<u>Dạng 4.</u> Bài toán tiệm cận liên quan đến hình học (góc, khoảng cách,...)	130
C. Bài tập rèn luyện đường tiệm cận	132
<u>Phần 1.</u> Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn	132
<u>Phần 2.</u> Trắc nghiệm đúng sai	139
<u>Phần 3.</u> Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn	147
D. 02 đề rèn luyện đường tiệm cận	150
Đề số 01.	150
Đề số 02	150
<u>Bài 4. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số</u>	157
A. Kiến thức cơ bản	157
B. Một số dạng toán tự luận thường gặp	157
C. Bài tập rèn luyện khảo sát đồ thị hàm số và bài toán liên quan	160
<u>Phần 1.</u> Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn	160
<u>Phần 2.</u> Trắc nghiệm đúng sai	179
<u>Phần 3.</u> Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn	185
<u>Bài 5. Ứng dụng đạo hàm để giải quyết bài toán thực tiễn</u>	202
A. Kiến thức cơ bản	202
B. Một vài ví dụ minh họa	203
C. Bài tập rèn luyện bài toán thực tiễn	210
<u>Phần 1.</u> Câu hỏi trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn	210
<u>Phần 2.</u> Trắc nghiệm đúng sai	214
<u>Phần 3.</u> Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn	219

CHÚC CÁC EM ĐẠT KẾT QUẢ CAO TRONG KỲ THI SẮP ĐẾN

Chương 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

§ 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

☆☆☆

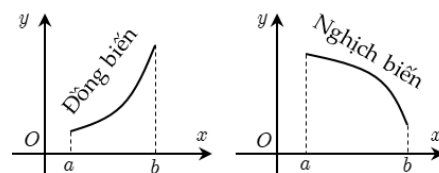
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là hàm số xác định trên K .

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là đơn điệu trên tập $K \subset \mathbb{R}$.
- Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị đi lên từ trái sang phải và nghịch biến trên K thì đồ thị đi xuống từ trái sang phải.



2) Định lý. Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $K \in \mathbb{R}$.

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K ($f(x)$ là hàm hằng).

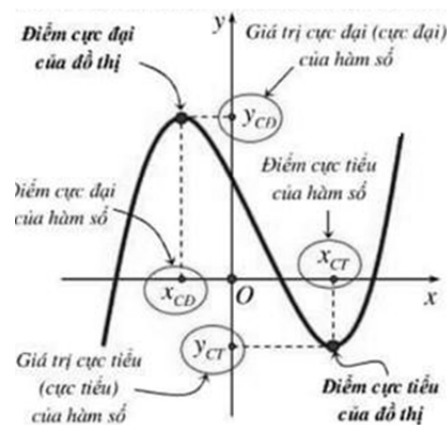
Định lý mở rộng: Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (hoặc $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn của K thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên khoảng K .

II. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

1) Khái niệm cực trị của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathcal{D}$ và $x_0 \in \mathcal{D}$.

- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và $(a; b) \subset \mathcal{D}$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một điểm cực đại, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CD} .
- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và $(a; b) \subset \mathcal{D}$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một điểm cực tiểu, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CT} .



2) Định lý. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó:

- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (x_0; b)$ thì x_0 là 1 điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (x_0; b)$ thì x_0 là 1 điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

x	a	x_0	b
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		y_{CD}	

x	a	x_0	b
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		y_{CT}	

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN TƯ LUÂN THƯỜNG GẶP

Dạng toán 1: Xác định các khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số khi đề cho bảng biến thiên (bảng xét dấu) hoặc đồ thị hàm số $f(x)$, $f'(x)$

Bài 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -3 1

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại và đạt cực tiểu tại điểm

Bài 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$						$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 3 -2

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên phù hợp bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

$\nearrow$

$\searrow$

$\nearrow$

$\searrow$

1

$+\infty$

$+\infty$

$-\infty$

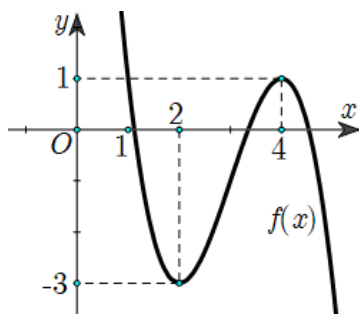
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại và đạt cực tiểu tại điểm

Bài 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị phù hợp với đồ thị bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.



- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$
- Bảng biến thiên:

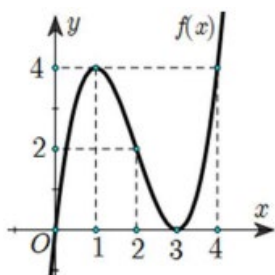
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên khoảng

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị cực đại của hàm số (cực đại) là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$, độ dài đoạn $AB =$

Bài 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị phù hợp với đồ thị bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.



- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$
- Bảng biến thiên:

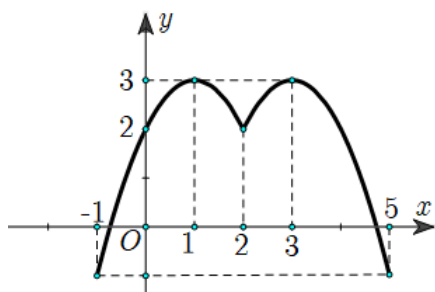
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại và đạt cực tiểu tại điểm

Bài 6. Trên khoảng $(-1; 5)$, cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị phù hợp với đồ thị bên dưới. Hãy xác định tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.



- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$
- Bảng biến thiên:

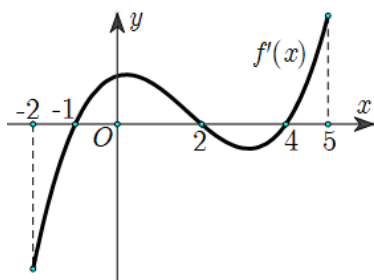
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Gọi A, B, C là ba điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$, khi đó $S_{\triangle ABC} =$

Bài 7. Trên đoạn $[-2; 5]$, đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Xét tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$.



• $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$

• Bảng biến thiên:

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại và đạt cực tiểu tại điểm

• Dựa vào đồ thị $f'(x)$, xét tính đơn điệu và cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2)$, $\forall x \in (-2; 2)$.

.....

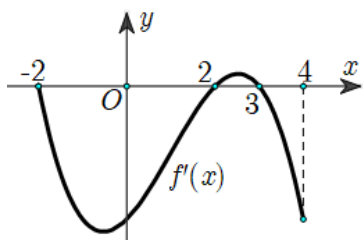
.....

.....

.....

.....

Bài 8. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên khoảng $(-2; 4)$ như hình vẽ bên dưới. Xét tính đơn điệu và cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-2; 4)$.



• $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$

• Bảng biến thiên:

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên và nghịch biến trên

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm và đạt cực tiểu tại điểm

Giá trị của cực đại của hàm số là và giá trị cực tiểu của hàm số là

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại và đạt cực tiểu tại điểm

• Dựa vào đồ thị $f'(x)$, xét tính đơn điệu và cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$, $x \in (-2; 2)$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của các hàm số sau:

a) $y = x + \frac{4}{x}$.

b) $y = x + \frac{9}{x}$.

Bài 4. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của các hàm số sau:

a) $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

b) $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Bài 5. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của các hàm số sau:

a) $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$.

b) $y = \frac{2x}{x^2 - 9}$.

a) $y = x - \sin x$ trên khoảng $(0; 2\pi)$. b) $y = \cos x - x$ trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

a) $y = 4x^3 + 3x^2 - 36x + 1$. b) $y = -\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 9x - \frac{2}{3}$.

a) $y = 4x^3 + 3x^2 - 36x + 1.$

b) $y = -\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 9x - \frac{2}{3}.$

c) $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

d) $y = -2x^4 + 4x^2 - 5$.

e) $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

f) $y = \frac{1}{x+1} - 2x.$

g) $y = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$.

h) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}.$

i) $y = x + \sqrt{4 - x^2}$.

j) $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$.

k) $y = \sqrt{x+4} + \sqrt{5-x}$.

1) $y = x - \ln(x + 1)$.

m) $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$.

n) $y = (x^2 - 1) \cdot e^x$.

o) $y = x \ln x$.

p) $y = x^2 \ln x$.

q) $y = x \cdot \log_2 x$.

r) $y = 2x^2 \cdot e^{-x}$.

s) $y = e^{x^2-4x+4}$.

t) $y = (x^2 + 1)e^x$.

u) $y = |x^2 + 2x|$.

v) $y = |x^3 - 3x|$.

x) $y = 2 \sin x + x$, trên $(0; \pi)$.

у) $y = \cos 2x - x$, trên $(-\pi; \pi)$.

z) $y = \sin x + \cos x$ trên $[-\pi; \pi]$.

w) $y = \sin^2 x$ trên $[0; \pi]$.

Dạng toán 3: Nhóm bài toán thực tế

☆☆☆

Bài 1. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$, trong đó t được tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Xác định khoảng thời gian mà vận tốc của chất điểm tăng ?

Bài 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 18t^2 - 35t + 10$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong 40 giây đầu tiên, chất điểm có vận tốc tức thời giảm trong khoảng thời gian $(a; b)$. Tính giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 2b - 3a$.

Bài 3. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{1}{4}t^4 \right)$ với $0 \leq t \leq 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Tìm thời điểm tốc độ bơm nước là lớn nhất và tính tốc độ bơm nước lớn nhất đó ?

Bài 4. Thể tích V (cm^3) của 1 (kg) nước tại nhiệt độ t ($0^\circ\text{C} \leq t \leq 30^\circ\text{C}$) được tính bởi công thức $V(t) = 999,87 - 0,06426t + 0,0058043t^2 - 0,0000679t^3$. Thể tích nước $V(t)$, $t \in [0^\circ\text{C}; 30^\circ\text{C}]$ giảm trong khoảng nhiệt độ $(a^\circ; b^\circ)$, b làm tròn đến hàng đơn vị. Tính tổng $\mathcal{D} = a + b$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h), ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức sau: $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

.....

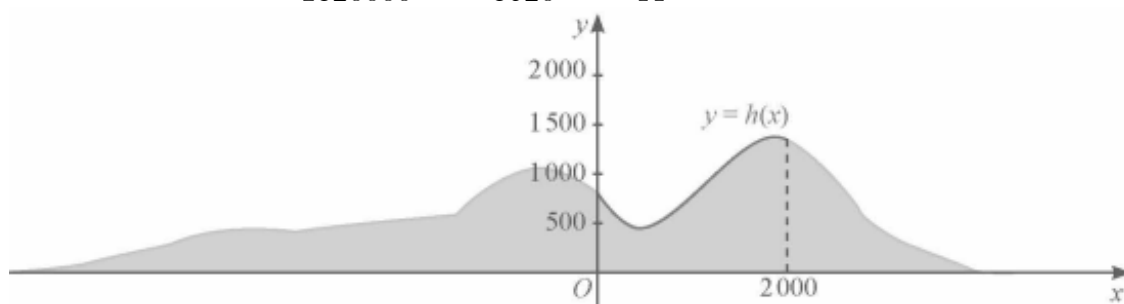
.....

.....

.....

Bài 7. Một phần lát cắt của dãy núi có độ cao tính bằng mét được mô tả bởi hàm số:

$$y = h(x) = -\frac{1}{1320000}x^3 + \frac{9}{3520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840 \text{ với } 0 \leq x \leq 2000.$$



Tìm tọa độ các đỉnh của lát cắt dãy núi trên đoạn $[0; 2000]$?

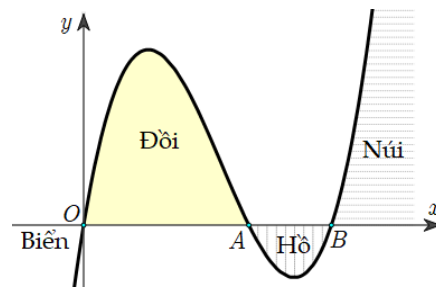
.....

.....

.....

.....

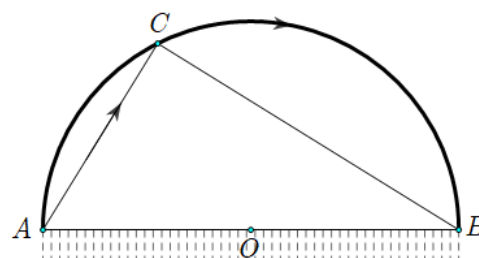
Bài 8. Lát cắt ngang của một vùng đất quen biểu được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ $AB = 1$ km và ngọn đồi cao gần 528 m. Tìm độ sâu của hồ (tính bằng mét) tại điểm sâu nhất (làm tròn đến hàng đơn vị) ?



Bài 9. Một người nông dân có 15.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình 35). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Bài 10. Cho một bờ hồ có dạng nửa đường tròn tâm O , bán kính bằng 2 km, đường kính AB như hình vẽ. Từ điểm A , anh Bình chèo một chiếc thuyền với vận tốc 3 km/h đến điểm C trên bờ hồ, rồi chạy bộ dọc theo thành hồ đến vị trí C với vận tốc 6 km/h. Thời gian chậm nhất mà anh Bình di chuyển từ A đến C là bao nhiêu ? (theo hình mẫu tên ở hình vẽ, thời gian tính bằng phút).

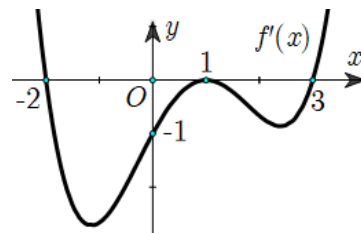
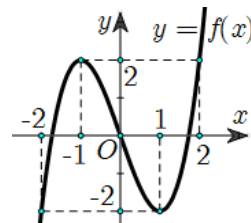


Dạng toán 4: Một số bài toán hàm hợp cơ bản

☆☆☆

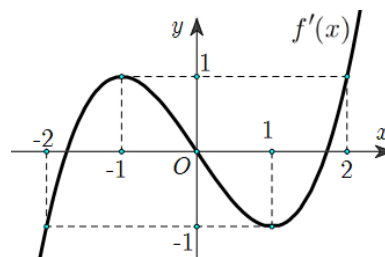
Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của hàm số $g(x) = f(4 - 2x)$.**Bài 2.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của hàm số $g(x) = f(1 - 2x)$.**Bài 3.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của hàm số $g(x) = f(2x^2 - 1)$.**Bài 4.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Khảo sát tính đơn điệu và cực trị của các hàm số sau:

a) $g(x) = f(x) + x - 1$.

b) $h(x) = f(2x - 1) - x^2 + x$.



Dạng toán 5: Ứng dụng tính đơn điệu để giải phương trình và bất phương trình

☆☆☆

Một số kết quả cần nhớ

- ① Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) và liên tục trên $\mathcal{D}$ thì số nghiệm trên $\mathcal{D}$ của phương trình $f(x) = a$ không nhiều hơn một và $\forall u, v \in \mathcal{D}$, ta có $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.
- ② Nếu hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đơn điệu ngược chiều, đồng thời liên tục trên $\mathcal{D}$ thì số nghiệm trên $\mathcal{D}$ của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn một.
- ③ Nếu hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathcal{D}$ thì $f(u) \geq f(v) \Leftrightarrow u \geq v$ và nếu $f(x)$ luôn nghịch biến trên $\mathcal{D}$ thì $f(u) \geq f(v) \Leftrightarrow u \leq v$, với mọi $u, v \in \mathcal{D}$.
- ④ Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp k và liên tục trên $\mathcal{D}$, đồng thời $f^{(k)}(x) = 0$ có đúng n nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x) = 0$ có không quá $n + k$ nghiệm trên $\mathcal{D}$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

a) $3^x = 5 - 2x$.

b) $\log_3(x+1) + \log_5(2x+1) = 2$.

Bài 2. Tìm số nghiệm nguyên của các bất phương trình sau:

a) $f(x^2) < f(x+6)$ biết $f(x) = x^3 + x$.

b) $f(x^2) \geq f(x+20)$ biết $f(x) = -x^3 + x^2 - x$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$.

b) $e^{x^2-2x+3} - e^{2x+1} + 2x^2 - 8x + 4 = 0$.

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $3^{x^2-x-6} - 3^{x+2} + x^2 - 2x \leq 8$

b) $\log_{2025} \frac{x^2 + x + 3}{2x^2 + 4x + 5} = 7x^2 + 21x + 14$.

Dạng toán 6: Một số bài toán chứa tham số cơ bản

☆☆☆

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{4x + m}$ với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để hàm số đã cho:

- a) Nghịch biến trên từng khoảng xác định. b) Đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x + 2025$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

- a) Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- b) Nghịch biến trên khoảng $(-3; 4)$.

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 12$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

Bài 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (5 - m)x + 7$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để:

- a) Hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị.

- b) Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm hai bên so với trục tung Oy .

- c) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN ĐƠN ĐIỀU & CỰC TRỊ

☆☆☆

PHẦN 01. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$ $	$+$	0	$-$

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
				$ $		
					$+$	0
						$+$

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$.
B. $x = -3$.
C. $x = 1$.
D. $x = 3$.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

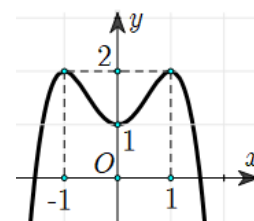
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.
B. -2 .
C. 2.
D. -1 .

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

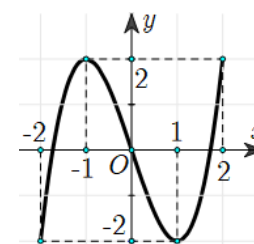
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-1; 1)$.
B. $(-\infty; 0)$.
C. $(0; 1)$.
D. $(0; +\infty)$.



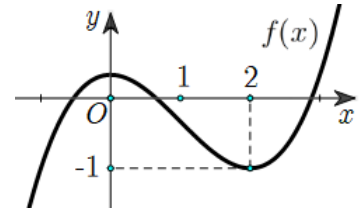
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

- A. $x = -2$.
B. $x = -1$.
C. $x = 1$.
D. $x = 2$.



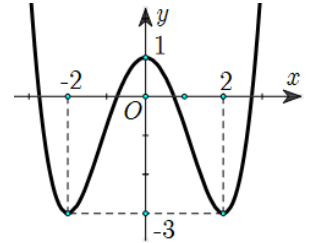
Câu 8. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- B. $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$.
- C. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$.
- D. $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$.



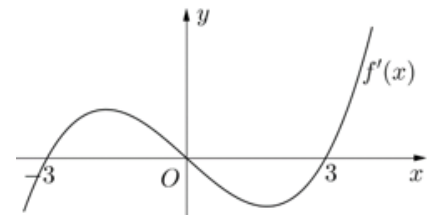
Câu 9. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$.
- B. $x = 0$.
- C. $M(0; 1)$.
- D. $N(2; -3)$.



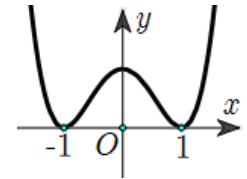
Câu 10. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; 3)$.
- B. $(-\infty; -3)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(-3; 0)$.



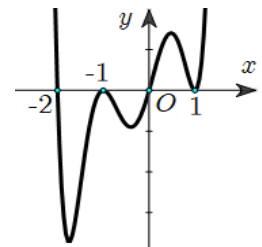
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 3.



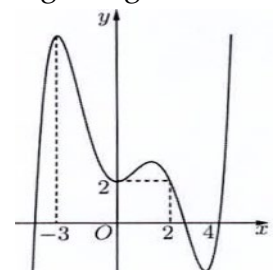
Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.



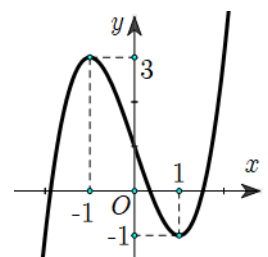
Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\infty; -3)$.
- B. $(-3; 2)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(0; +\infty)$.



Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - 3x + 2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.



————→ Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $(C') : y = |f(x)|$ như sau:

.....

.....

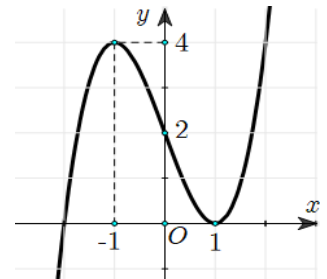
.....

.....

.....

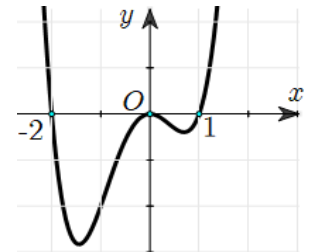
Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1.
B. 4.
C. 2.
D. 3.



Câu 16. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 5.



Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 5.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$		

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 4.
B. 2.
C. 3.
D. 5.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

————→ Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $(C') : y = f(|x|)$ như sau:

.....

.....

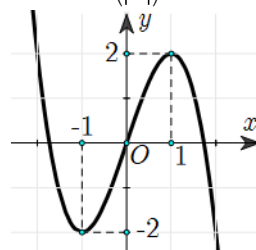
.....

.....

.....

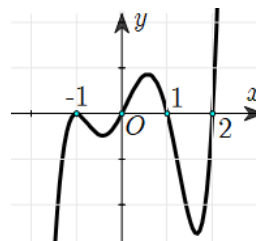
Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 5.



Câu 20. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.
B. 7.
C. 2.
D. 5.



Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 5.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 4.
B. 2.
C. 3.
D. 5.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

————→ Từ đồ thị $(C) : y = u(x).v(x)$, suy ra đồ thị hàm số $(C') : y = |u(x)|.v(x)$ như sau:

.....

.....

.....

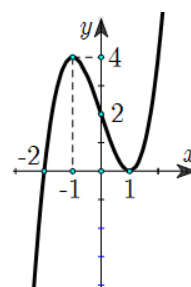
.....

.....

.....

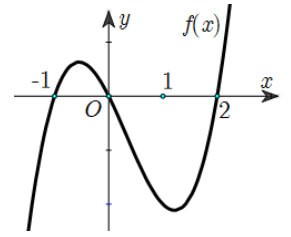
Câu 23. Cho hàm số $f(x) = (x + 2)(x - 1)^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** với hàm số $g(x) = |x - 1|(x^2 + x - 2)$?

- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.



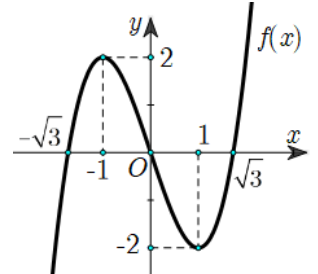
Câu 24. Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x^2-2x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = |x|(x^2-x-2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

- A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.



Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = x|x^2 - 3|$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.
B. $(-\infty; -1)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(0; \sqrt{3})$.



Câu 26. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$, biết $f'(x) = (x-3)^2(x^3-8)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $(-\infty; 3)$.
B. $(3; +\infty)$.
C. $(2; 3)$.
D. $(-\infty; 2)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x^2-1)(x+1)(5-x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $f(1) < f(4) < f(2)$.
B. $f(1) < f(2) < f(4)$.
C. $f(2) < f(1) < f(4)$.
D. $f(4) < f(2) < f(1)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = -1$.
B. $x = 1$.
C. $x = 2$.
D. $x = -2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = (x-2)^2(x^2-4x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

- A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. 3.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)(x+3)^2(x^2-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 31. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; 1)$.
B. $(-1; 0)$.
C. $(-\infty; -1)$.
D. $(1; +\infty)$.

Câu 32. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ là

- A. $x = 0$.
B. $(0; -5)$.

C. $x = \sqrt{2}$.

D. $(-\sqrt{2}; -1)$.

Câu 33. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 34. Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. $-\frac{10}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có hai điểm cực trị là A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. 4 .

C. $2\sqrt{5}$.

D. 2 .

Câu 36. Tọa độ trung điểm của hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3$ là

A. $M_1(-1; 5)$.

B. $M_2\left(-\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

C. $M_3(1; 5)$.

D. $M_4(2; 10)$.

Câu 37. Gọi A, B lần lượt là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ và C là điểm cực đại. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $G_1\left(0; \frac{7}{3}\right)$.

B. $G_3(0; 7)$.

C. $G_2\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

D. $G_4(-2; 4)$.

Câu 38. Cho điểm $I(-2; 2)$ và A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Diện tích của tam giác IAB bằng

A. 20 .

B. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

C. 10 .

D. $2\sqrt{5}$.

Câu 39. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có hai điểm cực trị A, B . Diện tích tam giác OAB với $O(0; 0)$ là gốc tọa độ bằng

A. 2 .

B. 4 .

C. 1 .

D. 3 .

Câu 40. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. 2 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 1 .

Câu 41. Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(-2; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0), (0; 2)$.

Câu 42. Hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-3; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 43. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 44. Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 45. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$.

A. $y_{\text{CD}} = 1$.

B. $y_{\text{CD}} = 2$.

C. $y_{\text{CD}} = 3$.

D. $y_{\text{CD}} = 6$.

Câu 46. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - x + 5}{x - 2}$ có hai điểm cực trị A, B nằm trên đường thẳng d có phương trình $d: y = ax + b$. Tính $a + b$.

A. $a + b = -1$.

B. $a + b = 1$.

C. $a + b = 3$.

D. $a + b = 5$.

Câu 47. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x + 1}$. Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{17}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{17}}{17}$.

Câu 48. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 50. Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

A. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.

C. $f(x) = x^3 + x^2 + 3x$.

D. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$.

Câu 51. Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = -x^2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 + x - 3x$.

Câu 52. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 - x^2$.

B. $y = x^3 - x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = x^3 + x$.

Câu 53. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 - x$.

B. $y = -x^4 - x^2$.

C. $y = -x^3 + x$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của x để $f(22x) < f(x^2)$?

A. Vô số.

B. 20.

C. 21.

D. 22.

Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của x để $f(x^2 + 1) < f(17)$?

A. Vô số.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-5	-1	-3

Bất phương trình $f(7x) > f(5x + 157)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

A. 54.

B. 53.

C. 78.

D. 79.

Câu 57. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t \geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng ?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-4; +\infty)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 58. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với $t \geq 0$ (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng ?

A. $(0; 5)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(4; 10)$.

D. $(3; 10)$.

Câu 59. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - \frac{1}{2}I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Hỏi công suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện nào ?

A. $(0; 20)$.

B. $(4; 20)$.

C. $(12; +\infty)$.

D. $(0; 12)$.

Câu 60. Để giảm nhiệt độ trong phòng từ $28^\circ C$, một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^\circ C$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1; 10]$. Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm ?

A. Tăng.

B. Giảm.

C. Tăng rồi giảm.

D. Giảm rồi tăng.

Câu 61. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả cá trong khoảng nào trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để số gam cá cân nặng tăng ?

A. $(0; 20)$.

B. $(0; 30)$.

C. $(12; +\infty)$.

D. $(0; 12)$.

Câu 62. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, ($t = 0; 1; 2; \dots; 25$). Nếu xem $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm ?

A. $(0; 15)$.

B. $(0; 10)$.

C. (15;25).

D. (10;25).

Câu 63. Một doanh nghiệp sản xuất hàng hóa. Biết tổng chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x^3 - 3x^2 + 400x + 5000$ (nghìn đồng). Tổng số tiền thu được khi bán x đơn vị sản phẩm đó là $R(x) = 4000x - 33x^2$ (nghìn đồng). Tìm doanh thu tối ưu của doanh nghiệp đó. (đơn vị doanh thu tối ưu tính bằng triệu đồng).

A. 39 triệu đồng.

B. 38 triệu đồng.

C. 40 triệu đồng.

D. 41 triệu đồng.

Câu 64. Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 2)$.

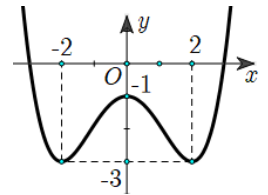
Câu 65. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f^2(x)$ là

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 4.



Câu 66. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(f(x))$ là

A. 9.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	$-\frac{65}{4}$	4	$-\infty$

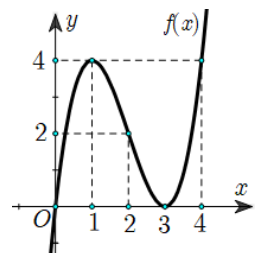
Câu 67. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(f(x) + 2)$ là

A. 4.

B. 6.

C. 7.

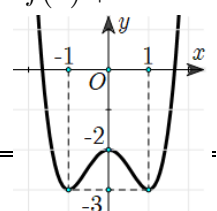
D. 5.



Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + \frac{1}{f(x) + 3}$ là

A. 4.

B. 6.



C. 3.

D. 5.

Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. 5.

B. 4.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

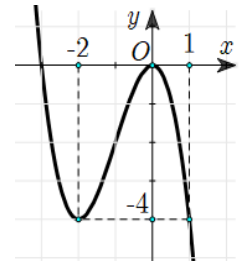
Câu 71. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2f(x) + 4}{f(x) - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.



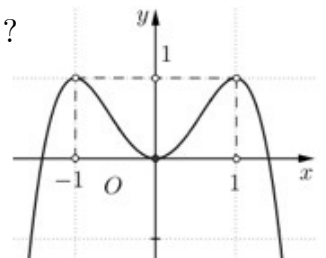
Câu 72. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{f(x) - 2}{f(x) - m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$?

A. $m \leq 0$.

B. $1 \leq m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.



Câu 73. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 74. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 75. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; 1]$.

B. $(-\infty; 4]$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 4)$.

Câu 76. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + (m + 1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $(-\infty; -10]$.

D. $(-\infty; -10)$.

PHẦN 02. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

☆☆☆

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

- a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -2$. ☐
- b) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $f(1)$. ☐
- c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $x = 1$. ☐
- d) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 2$. ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$. ☐
- d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{\text{CT}} = -1$. ☐

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		$+\infty$		-2	1	$+\infty$

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. ☐
- c) $\forall x_1, x_2 \in (2; +\infty)$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. ☐
- d) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$. ☐

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			3		1	2

- a) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$. ☐

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

☐

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

☐

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1	3	1	$+\infty$

a) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 1.

☐

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

☐

c) $f(1) > f(2)$.

☐

d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh tam giác có diện tích bằng 4.

☐

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$						
	$-\infty$		7		-2	$+\infty$

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

☐

c) Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

☐

d) Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng 9.

☐

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$	3	2

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

☐

c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

☐

d) Hàm số $g(x) = |f(x)|$ có đúng 5 điểm cực trị.

☐

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

☐

c) Tổng các giá trị cực trị bằng -2 .

☐

d) Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 5 điểm cực trị.

☐

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

☐

c) Hàm số $g(x) = f(2x - 2)$ đồng biến trên khoảng $(3; 7)$.

☐

d) Hàm số $h(x) = f(3 - x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

☐

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

☐

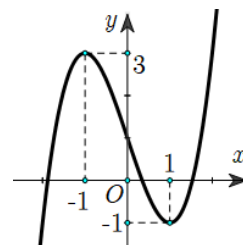
b) $y_{CB} + y_{CT} = 2$.

☐

c) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị trái dấu.

☐

d) $y = -3x$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

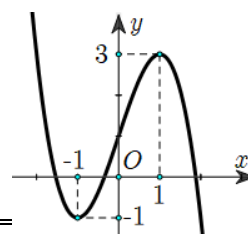
☐


Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

a) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

☐

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; -1)$.

☐


c) Với x_1, x_2 là hai hoành độ cực trị của hàm số thì $x_1^2 + x_2^2 = 10$. ☐

d) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $x - y + 2 = 0$. ☐

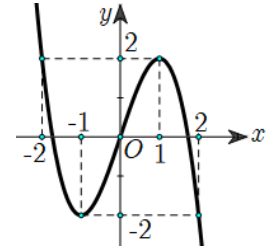
Câu 12. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ như hình vẽ bên.

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$. ☐

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $M(-1; 2)$. ☐

c) Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $y_{\text{CD}} = 2$. ☐

d) Bất phương trình $f'\left(\frac{f(x)}{2}\right) \geq 0$ có tập nghiệm chứa đúng 5 số nguyên. ☐



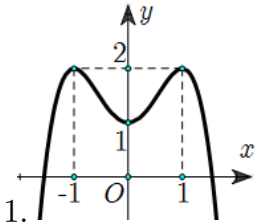
Câu 13. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. ☐

b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$. ☐

c) Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số thì $S_{\Delta ABC} = 1$. ☐

d) Hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{f(x) - 2}$ có đúng 5 điểm cực trị. ☐



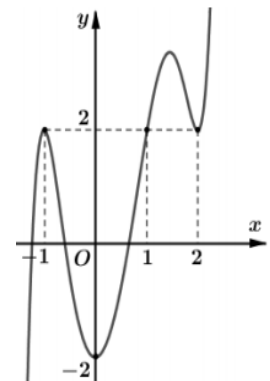
Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên và đặt $g(x) = 2f(x) - 3$.

a) Hàm số $g(x)$ có đúng 3 điểm cực trị. ☐

b) Đồ thị hàm số $g(x)$ cắt trục hoành Ox tại 3 điểm phân biệt. ☐

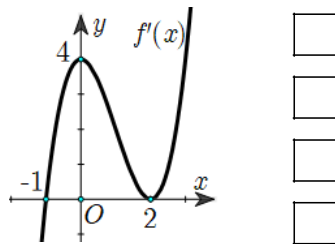
c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. ☐

d) Hàm số $h(x) = |g(x)|$ có đúng 9 điểm cực trị. ☐



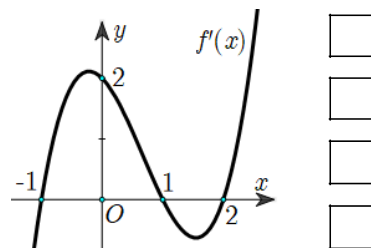
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.
 d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.



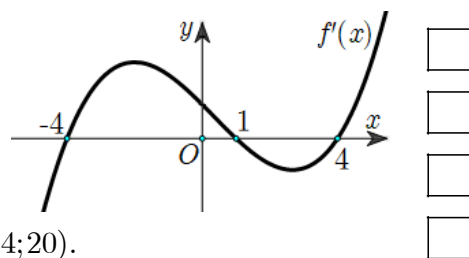
Câu 16. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.



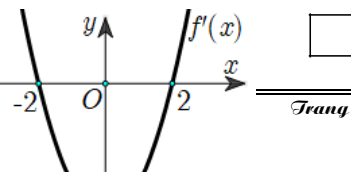
Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-4; 1)$.
 c) Hàm số $g(x) = f(2x - x^2)$ có đúng 1 điểm cực đại.
 d) Hàm số $g(x) = f(2x - x^2)$ đồng biến trên khoảng $(4; 20)$.



Câu 18. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- a) Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.



- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$. ☐
- c) Hàm số $g(x) = f(2x + 4)$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$. ☐
- d) Hàm số $h(x) = f(x^2 - 2)$ có đúng ba điểm cực trị. ☐

.....

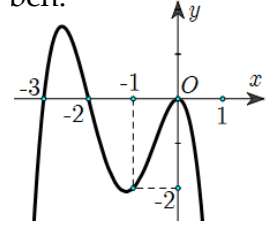
.....

.....

.....

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên.

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm bội lẻ. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. ☐
- c) Hàm số $g(x) = f(x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. ☐
- d) Khoảng nghịch biến của hàm số $h(x) = f(1 - \ln x)$ chứa đúng 34 số nguyên x . ☐



.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)(x - 3)^2, \forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. ☐
- c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị. ☐
- d) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có đúng một điểm cực trị. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 1)(x - 3), \forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm $x = -1; x = 0; x = 3$. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. ☐
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. ☐
- d) Hàm số $y = f(3x)$ nghịch biến trên khoảng $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. ☐

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(2 - x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

☐

b) Hàm số $g(x) = 2 - f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

☐

c) $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

☐

d) Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ là 5.

☐

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x + 2)^2(x^2 + 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

☐

c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

☐

d) Hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực trị.

☐

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)^3(x - 2)(x + 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số $g(x) = f(x - 3)$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

☐

b) Hàm số $g(x) = f(x - 3)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 5)$.

☐

c) Hàm số $g(x) = f(x - 3)$ có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

☐

d) Hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 5 điểm cực trị.

☐

Câu 25. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) .

- a) Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. ☐
- b) $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. ☐
- c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với trục tung là $y = 3x - 2$. ☐
- d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2025; 2026)$. ☐

Câu 26. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. ☐
- b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = 4x^3 - 4x$. ☐
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. ☐
- d) Đồ thị hàm số đã cho đạt cực tiểu tại hai điểm A, B và đạt cực đại tại điểm C . Điểm $D(0; -4)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBD$ (theo thứ tự đó). ☐

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 2024$.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. ☐
- b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = -4x^3 - 16x$. ☐
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. ☐
- d) Đồ thị hàm số đạt cực trị tại 3 điểm A, B, C . Diện tích tam giác ABC bằng 32. ☐

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

- a) Đạo hàm $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ không có điểm cực trị. ☐
- d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 0$ cắt trục hoành, trục tung tại hai điểm A, B . Khi đó diện tích tam giác OAB bằng $1/2$. ☐

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$.

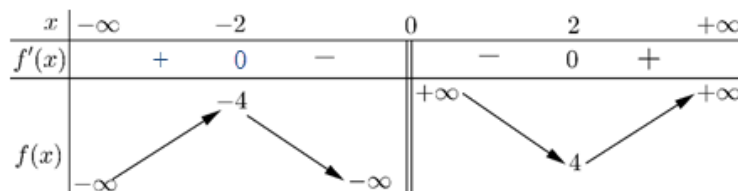
- a) Đạo hàm $f'(x) = -\frac{2}{(x-4)^2}, \forall x \neq 4.$ ☐
- b) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty).$ ☐
- c) Tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm đồ thị với trục hoành là $x + 3y = 1.$ ☐
- d) Hàm số $y = f(\sin x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$ ☐

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

- a) Hàm số xác định khi $x \neq -1$ và có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}, \forall x \neq -1.$ ☐
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}.$ ☐
- c) Hàm số không có điểm cực trị. ☐
- d) Bất phương trình $f(2^{2x-3}) < f(4^{-x+7})$ có đúng 4 số nguyên dương. ☐

Câu 31. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$ ☐
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}, \forall x \neq 0.$ ☐
- c) Phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x = \pm 2.$ ☐
- d) Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là ☐



Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. ☐
- b) Cực đại của hàm số $f(x)$ là 1. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ có đúng ba điểm cực trị. ☐
- d) Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $\Delta : y = 2x - 3$. ☐

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + x - 1}{x - 1}$.

- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và có $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$. ☐
- c) $f(-3^{2024}) < f(5^{2025})$. ☐
- d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng 6. ☐

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$.

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. ☐
- b) Cực đại của hàm số $f(x)$ là $-5 + 2\sqrt{6}$. ☐
- c) Điểm cực tiểu của hàm số là $-5 + 2\sqrt{6}$. ☐

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1 - \sqrt{6}; -1 + \sqrt{6})$.

☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.

☐

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.

☐

c) Bất phương trình $f(x^2 - 4x + 7) < f(2024)$ có 89 nghiệm nguyên dương.

☐

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho bằng $2\sqrt{6}$.

☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = [0; 2]$.

☐

b) Đạo hàm $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x - x^2}}, \forall x \in (0; 2)$.

☐

c) Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên đoạn $[0; 2]$.

☐

d) Khoảng đồng biến của hàm số đã cho là $(0; 1)$.

☐

.....

.....

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

☐

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1,5$.

☐

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

☐

- d) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm cực trị của đồ thị hàm số và cắt hai tia Ox , Oy lần lượt tại hai điểm A , B . Khi diện tích tam giác OAB nhỏ nhất, phương trình đường thẳng d có dạng $y = mx + n$ thì $3m - 2n$ là một số âm. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{1 - x^2}$.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = [-1; 1]$. ☐
- b) Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}/2$. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị. ☐
- d) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -\frac{\pi}{2}$. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ không có cực trị. ☐
- d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 40. Cho hàm số $y = x + 2 \sin x$ trên khoảng $(0; \pi)$.

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$. ☐
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = \frac{2\pi}{3}$. ☐
- c) Hàm số đã cho không có cực tiểu. ☐

.....

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{2\pi}{3}; \pi\right)$.

☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$.

☐

b) $f'(x) < 0$ với mọi x .

☐

c) Bất phương trình $f(4 - x^2) > 0 \Leftrightarrow f(4 - x^2) > f(0)$.

☐

d) Bất phương trình $f(4 - x^2) > 0$ có tập nghiệm chứa đúng 3 nghiệm nguyên.

☐

.....

.....

.....

.....

Câu 42. Cho hàm số $y = e^{x^2-1}$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

☐

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

☐

c) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

☐

d) Hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

☐

.....

.....

.....

Câu 43. Cho hàm số $y = (0,5)^{3-x}$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

☐

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

☐

c) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 0$.

☐

d) Hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

☐

.....

.....

.....

Câu 44. Cho hàm số $y = 2^{x^2 - 3x + \frac{13}{4}}$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. ☐
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. ☐
- c) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 2$. ☐
- d) Hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị. ☐

.....

.....

.....

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = x.e^x$.

- a) Đạo hàm $f'(x) = e^x$. ☐
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. ☐
- c) $f(x) + f'(x) = f''(x)$. ☐
- d) $f(3^{2024}) < f(3^{2025})$. ☐

.....

.....

.....

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^3 + 2x^2 + x + 2)$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$. ☐
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$. ☐
- c) Đồ thị hàm số (C) có đúng hai điểm cực trị. ☐
- d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C) và $M \in d : 3x + y + 1 = 0$, khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathcal{D} = MA + MB$ thuộc khoảng $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx + m^2$ với m là tham số.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -x^2 - 2mx + m + 2m$. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. ☐
- c) Có đúng 3 số nguyên của m để $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. ☐
- d) Hàm số có đúng hai điểm cực trị khi tham số $m \in (0;1)$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ với m là tham số.

- a) Với $m = 6$, thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. ☐
- b) Có đúng 3 giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. ☐
- c) Có đúng 3 giá trị nguyên âm của m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. ☐
- d) Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 28$ khi $m = \pm 3$. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x+5m}$ với m là tham số.

- a) Điều kiện xác định của hàm số là $x \neq -5m$. ☐
- b) Với $m = 1$, thì hàm số $f(x)$ đồng biến với mọi $x \neq -5$. ☐
- c) Có đúng 2 giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -10)$. ☐
- d) Có đúng 1 giá trị của $m \in \mathbb{N}$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;1]$. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 - 3x + m, \forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Điều kiện cần để hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = -2$ là $m = -10$. ☐
- b) Với $m \leq 9$ thì hàm số $f(x)$ luôn có 2 điểm cực trị. ☐
- c) Với $0 < m < 9$ thì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị dương. ☐
- d) Có 2025 giá trị $m \in \mathbb{Z}^+$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có đúng 1 điểm cực trị. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51. Trong 25 ngày đầu tiên sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh (kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân thứ nhất) đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 25\}$.

- a) Số người nhiễm bệnh đến ngày thứ 25 là 12500. ☐
- b) Tốc độ truyền bệnh (người/ngày) theo thời gian là $f'(t) = 90t + 3t^2$. ☐
- c) Tốc độ truyền bệnh đến ngày thứ 10 là 600 người/ngày. ☐
- d) Tốc độ truyền bệnh tăng dần cho đến ngày thứ 15, nhưng sau đó giảm dần cho đến ngày thứ 25. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 52. Một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

- a) Vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 3$ giây là $v(3) = 1$ (m/s). ☐
- b) Quãng đường vật đi được khi chuyển động đến khi vật dừng lại là 162 (m). ☐
- c) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây là $a(3) = 2$ (m/s²). ☐
- d) Trong 9 giây đầu tiên, vật tăng tốc khi $t \in [0; 4]$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 53. Thể tích nước của bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{1}{4}t^4 \right)$, với $0 \leq t \leq 90$. Lưu lượng nước của máy bơm tại thời điểm t được xác định bởi $v(t) = V'(t)$.

- a) Thể tích nước của bể bơi sau 2 phút là 2,63 đơn vị thể tích. ☐
- b) Lưu lượng nước của máy bơm tại thời điểm t là $v(t) = \frac{9t^2}{10} - \frac{t^3}{100}$, $t \in [0; 90]$. ☐
- c) Lưu lượng nước của máy bơm tại thời điểm $t = 10$ là 80. ☐
- d) Lưu lượng nước của máy bơm tăng dần từ phút 0 đến phút thứ 75. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 54. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam).

- a) Khi liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân là 30 (mg) thì độ giảm huyết áp của bệnh nhân bằng 0. ☐
- b) Đạo hàm của độ giảm huyết áp theo liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân là một tam thức bậc hai theo biến x . ☐
- c) Nghiệm của đạo hàm độ giảm huyết áp theo liều lượng là 0 và 30. ☐
- d) Độ giảm huyết áp sẽ giảm khi liều lượng thuốc tăng từ 0 đến 20 (mg). ☐

.....

.....

.....

Câu 55. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong một năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, ($t \geq 0$), trong đó thời gian t được tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Gọi $g(t) = f'(t)$ là hàm tốc độ bán hàng.

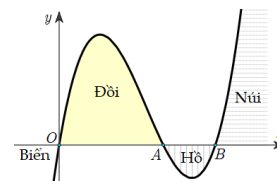
- a) Doanh số của sản phẩm mới trong năm thứ hai là $\frac{5000}{1 + 5e^2}$. ☐
- b) Hàm tốc độ bán hàng là $g(t) = f'(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1 + 5e^{-t})^2}$, ($t \geq 0$). ☐
- c) Đạo hàm của hàm tốc độ bán hàng là $g'(t) = \frac{25000e^t(5e^{-t} - 1)}{(1 + 5e^{-t})^3}$. ☐
- d) Tốc độ bán hàng tăng dần trong 3 năm đầu tiên, nhưng sau đó sẽ giảm dần trong những năm tiếp theo. ☐

Câu 56. Số dân một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Đạo hàm của hàm số $y = f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm).

- a) Tốc độ tăng dân số vào năm 2024 của thị trấn là 0,0345 nghìn người/năm.
- b) Số dân của thị trấn hàng năm đều tăng so với năm trước.
- c) Vào năm 1990 thì tốc độ tăng dân số là 0,192 nghìn người/năm.
- d) Tốc độ tăng dân số hàng năm tăng so với năm trước.

☐
☐
☐
☐

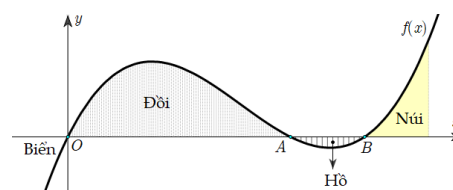
Câu 57. Lát cắt ngang của một vùng đất quen biển được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ $AB = 1$ km và ngọn đồi cao 528 m.



- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $O(0;0)$, $A(2;0)$, $B(1;0)$.
- b) Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$.
- c) Hàm số $f(x) = k(x^3 - 5x^2 + 7x)$, với $k \approx 0,25$.
- d) Độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất xấp xỉ 158 (m).

☐
☐
☐
☐

Câu 58. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 3$ (km), độ rộng của hồ $AB = 1$ (km) và ngọn đồi cao gần 866,372 (m).



- a) Hàm số bậc ba của mô hình hóa có dạng $f(x) = a(x^3 - 7x^2 + 12x)$, với $a > 0$.

☐

- b) Tại điểm cao nhất của đỉnh đồi có hoành độ là $x = \frac{7 + \sqrt{13}}{3}$. ☐
- c) Hệ số a thuộc khoảng $(0,75; 1)$. ☐
- d) Độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất gần bằng 388 (m). ☐
-
-
-
-

Câu 59. Một công ty sản xuất đồ chơi trẻ em. Giả sử mỗi tuần sản xuất được x sản phẩm đồ chơi ($20 < x < 150$). Chi phí trung bình cho một sản phẩm được cho bởi công thức sau $C(x) = 5x - 450 + \frac{32000}{x}$. Biết rằng mỗi sản phẩm đồ chơi được bán đồng giá là 35 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x sản phẩm.

- a) Doanh thu của công ty khi bán được 50 là 1570 nghìn đồng. ☐
- b) Biểu thức lợi nhuận của công ty khi bán x sản phẩm là $L(x) = 35x$. ☐
- c) Lợi nhuận thu được khi bán được là 1310 nghìn đồng. ☐
- d) Công ty cần sản xuất 80 sản phẩm để chi phí thấp nhất. ☐
-
-
-
-
-

Câu 60. Một xí nghiệp dệt sản xuất lụa tơ tằm mỗi ngày sản xuất được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 30$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa được tính bằng nghìn đồng cho bởi hàm chi phí $C(x) = 2x^3 - 42x^2 - 470x - 400$. Giả sử xí nghiệp dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 250 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

- a) Doanh thu của xí nghiệp khi bán được x mét vải lụa là $L(x) = 250x$. ☐
- b) Giả sử một tháng có 30 ngày và mỗi ngày xí nghiệp bán được 15 mét vải lụa. Doanh thu của xí nghiệp trong 1 tháng của xí nghiệp là 112500 nghìn đồng. ☐
- c) Lợi nhuận khi xí nghiệp bán được 30 mét vải là 8500 nghìn đồng. ☐
- d) Lợi nhuận tối đa của xí nghiệp trong một ngày là 15600 nghìn đồng. ☐
-
-
-
-

Câu 61. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức sau đây $V(t) = 200t^2 - \frac{200}{3}t^3 + 5$ với $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$. Khi xăng chảy vào bình, gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$.

- a) Ban đầu trong bình xăng có 205 lít xăng. ☐
- b) Sau khi bơm 30 giây thì dung tích của bình xăng trong xe ít hơn 46 lít. ☐
- c) Kể từ 10 giây đầu bơm xăng thì tốc độ tăng thể tích đạt 72 lít/phút. ☐
- d) Tốc độ tăng thể tích luôn tăng trong quá trình bơm xăng. ☐

PHẦN 03. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

☆☆☆

Câu 1. Lợi nhuận của một công ty được cho bởi công thức $\mathcal{N}(x) = -150(x^2 - 30x + 100)$ (nghìn đồng), trong đó x là số lượng sản phẩm A được sản xuất. Công ty có thể đạt được lợi nhuận tối đa khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm A ?

Trả lời:

Câu 2. Thể tích V của 1 kg nước (tính bằng cm^3) ở nhiệt độ T ($^{\circ}C$) khi T thay đổi từ $0^{\circ}C$ đến $30^{\circ}C$ được cho xấp xỉ bởi công thức $V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000769T^3$. (nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus.Cengage Learning 8th edition, p.284*). Tìm nhiệt độ $T_0 \in (0; 30)$ để từ nhiệt độ T_0 trở lên thì thể tích V tăng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 3. Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp đó tính toán lợi nhuận $\mathcal{C}$ (đồng) theo công thức $\mathcal{C}(x) = -200x^2 + 92400x - 8400200$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Doanh nghiệp có lợi nhuận tăng khi $x \in (a; b)$, lúc này khoảng $(a; b)$ chứa bao nhiêu số nguyên x ?

Trả lời:

Câu 4. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải như hình vẽ sau:



Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$, ($t \geq 0$). Khoảng thời gian chất điểm chuyển động theo chiều âm (khi $v(t) < 0$) là khoảng $(a; b)$, hỏi trong $(a; b)$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 5. Diện tích rừng của tỉnh X trong thời gian từ năm 1990 đến năm 2000 được tính xấp xỉ theo công thức $S(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 48x + 100$ (ha) với x là số năm. Hỏi diện tích rừng của tỉnh X liên tục tăng đến năm nào kể từ năm 1990 và đến năm đó diện tích rừng của tỉnh X là bao nhiêu ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Sản lượng nuôi tôm của nhà ông X thay đổi theo công thức $f(t) = A + t^2 - 10 \ln(2t + 1)$ (con), với A là số lượng tôm giống ban đầu và t là thời gian nuôi tính bằng tháng. Nếu ban đầu ông X thả 2000 con tôm giống thì sau bao nhiêu tháng kể từ lúc bắt đầu thả, số lượng tôm hết bị hao hụt và bắt đầu phát triển ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/ℓ) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được tính xấp xỉ bởi hàm số $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Nồng độ oxygen trong nước tăng sau thời điểm nào ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố đối với vi khuẩn X được một số nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm ?

Trả lời:

--	--	--	--

Câu 9. Người ta nuôi 1000 con vi khuẩn trong một ống nghiệm. Biết rằng số lượng vi khuẩn thay đổi theo công thức $S(t) = 1000 + \frac{100t}{t^2+100}$ (con), với t là thời gian tính bằng giây. Hỏi trong khoảng thời gian nào kể từ lúc nuôi số lượng vi khuẩn tăng và khi đó số lượng vi khuẩn trong ống nghiệm là bao nhiêu ?

Trả lời:

--	--	--	--

Câu 10. Một con Bò bị nhiễm Virút X . Sau khi được chích thuốc thì số lượng virút X trong máu được tính xấp xỉ theo công thức $f(t) = A(6t^2 + 1)e^{-\frac{1}{4}t^2}$, với t là thời gian tính bằng giờ và A là số lượng virút X bị nhiễm ban đầu. Nếu ban đầu con Bò bị nhiễm 2000 con virút thì mấy giờ sau, kể từ khi được chích thuốc, số lượng virút X trong máu bắt đầu giảm xuống và tại thời điểm đó số lượng vi rút trong máu Bò là bao nhiêu con ?

Trả lời:

--	--	--	--

Câu 11. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhận mỗi tháng khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 450$) được cho bởi hàm số $\mathcal{C}(x) = -x^3 + 450x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp thu được lợi nhuận cao nhất mỗi tháng khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Một vật chuyển động thẳng, di chuyển từ vị trí A đến vị trí B có quãng đường đi tính xấp xỉ theo công thức $S(t) = -\frac{1}{12}t^4 + \frac{2}{3}t^3 + 30t$ (m), t là thời gian tính bằng giây. Hỏi vận tốc lớn nhất mà vật đạt được là bao nhiêu km/h ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x) = 2x + 140 + \frac{1800}{x}$, ($x > 0$), trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu xem $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất hàng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất tăng lên.

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tính tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán.

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, ($t \geq 0$), trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy) ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Giả sử chiều cao (tính bằng cm) của một giống cây trồng (trong vòng một số tháng nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{200}{1 + 4e^{-t}}$, ($t \geq 0$). Trong đó thời gian t được tính bằng tháng kể từ khi hạt bắt đầu nảy mầm. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ tăng chiều cao của giống cây đó. Hỏi sau khi hạt giống bắt đầu nảy mầm thì sau bao nhiêu tháng tốc độ tăng chiều cao của cây là lớn nhất ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Giả sử tăng cân nặng (tính bằng kg) của một giống vật nuôi (trong vòng một số tháng nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{150}{1 + 3e^{-t}}$, ($t \geq 0$). Trong đó thời gian t được tính bằng tháng kể từ khi vật nuôi đó bắt đầu sinh ra. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ tăng cân nặng của loài vật đó. Hỏi sau khi vật nuôi sinh ra thì sau bao nhiêu tháng tốc độ tăng cân nặng của vật nuôi là nhanh nhất ? (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là 6 km/h . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v \text{ (km/h)}$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm, khi đó trong khoảng $(a; b)$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

Trả lời:

.....

.....

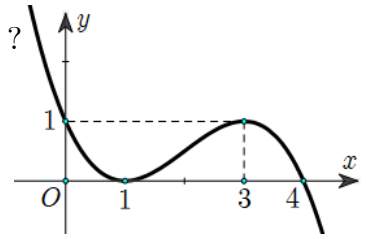
.....

.....

.....

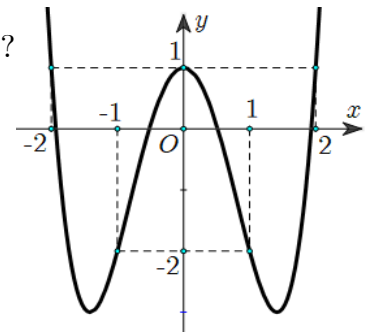
Câu 21. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \frac{f(x) + 8}{f(x) + m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

Trả lời:



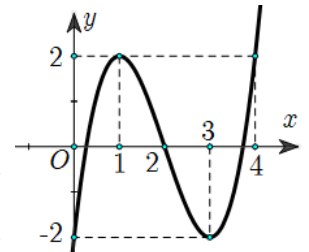
Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \frac{f(x) - 6}{f(x) - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

Trả lời:



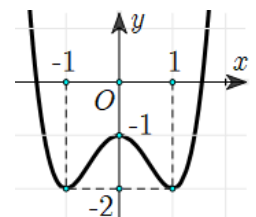
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để $y = f^2(x) - mf(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

Trả lời:



Câu 24. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-9; 9)$ để hàm số $g(x) = f^3(x) - 3f^2(x) + (m^2 - 4m)f(x) + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

Trả lời:



Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$?

x	$-\infty$	-4	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Trả lời:

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x - 1)(x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m \in (0; 2020)$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$?

Trả lời:

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m \in [-10; 10]$, để ứng với mỗi giá trị m thì hàm số $y = x^3 + mx^2 - m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$?

Trả lời:

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m , để ứng với mỗi giá trị của m thì hàm số $f(x) = mx^4 - 2(3m + 11)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$?

Trả lời:

Câu 29. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m , để ứng với mỗi giá trị của m thì hàm số $f(x) = mx^3 + 4(m-1)x^2 + 3mx + 2$ không có điểm cực tiểu ?

Trả lời:

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại ?

Trả lời:

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm hai bên so với trục hoành.

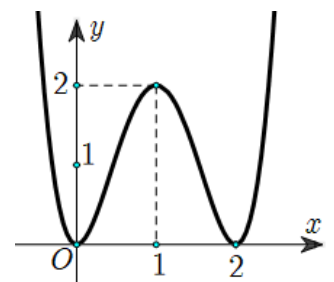
Trả lời:

Câu 32. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho đồ thị của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox ?

Trả lời:

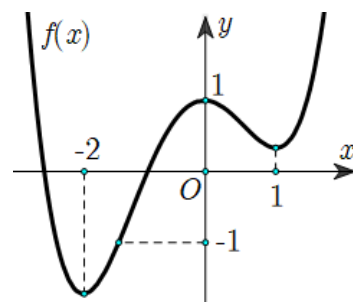
Câu 33. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(\ln x) + \frac{1}{x}$.

Trả lời:



Câu 34. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm -2 ; 0 ; 1 và có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = e^{f(f(x)-1)} + 2$.

Trả lời:



Câu 35. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $3^{xy-2x-y-1} = \frac{2x+y}{xy-1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\mathcal{D} = x + 4y.$$

Trả lời:

Câu 36. Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $2^{2xy+x+y} = \frac{8-8xy}{x+y}$. Khi $\mathcal{D} = 2xy^2 + xy$ đạt giá trị lớn nhất thì $3x + 2y$ bằng bao nhiêu ?

Trả lời:

Câu 37. Xét $\log_2(4x + y + 2xy + 2)^{y+2} = 8 - (2x - 2)(y + 2)$ với x, y là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathcal{D} = 2x + y$.

Trả lời:

D. 04 ĐỀ BÈN LUYỆN ĐƠN ĐIỀU & CỰC TRI

☆☆☆

ĐỀ SỐ 01**Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào ?A. $(-3; 1)$.B. $(-2; 2)$.C. $(2; +\infty)$.D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

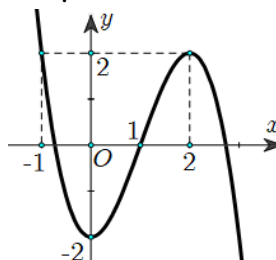
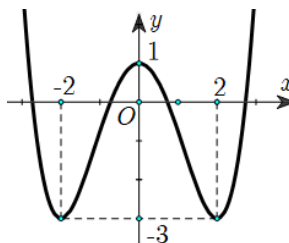
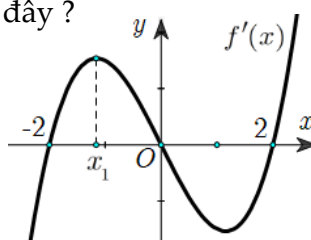
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

A. 3.

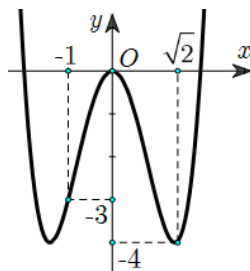
B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?A. $(-\infty; 0)$.B. $(2; +\infty)$.C. $(0; 2)$.D. $(-2; 2)$.**Câu 5.** Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số làA. $x = 1$.B. $x = 0$.C. $M(0; 1)$.D. $N(2; -3)$.**Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây ?A. $x = x_1$.B. $x = 0$.C. $x = -2$.D. $x = 2$.

- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?
- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là
- A. $(-1; 2)$. B. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$. C. $(1; -2)$. D. $(1; 2)$.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của x để $f(22x) < f(x^2)$?
- A. Vô số. B. 20. C. 21. D. 22.
- Câu 11.** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?
- A. $N(0; 2)$. B. $P(-1; 1)$. C. $Q(-1; -8)$. D. $M(0; -1)$.
- Câu 12.** Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(x) + 3x + 2$ có bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-1; \sqrt{2}]$?



Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

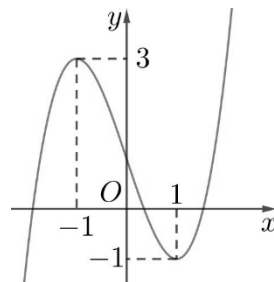
- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên.
- Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai ?
- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
 c) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
 d) Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $y_{\text{ct}} = -4$.

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		2		-4		$+\infty$
	$-\infty$					

- Câu 2.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số là 2.
 c) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị trái dấu.
 d) Phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $d : y = -3x$.



Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. ☐
- b) Cực đại của hàm số $f(x)$ là 1. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ có đúng ba điểm cực trị. ☐
- d) Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $\Delta : y = 2x - 3$. ☐

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (m + 1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$, với m là tham số.

- a) Với mọi m hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị.
- b) Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 2.
- c) Không tồn tại giá trị của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi $m \geq -1$.

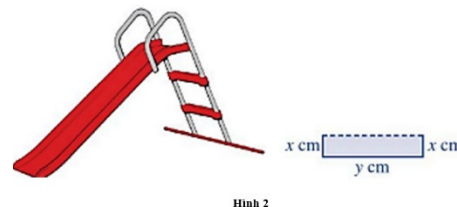
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

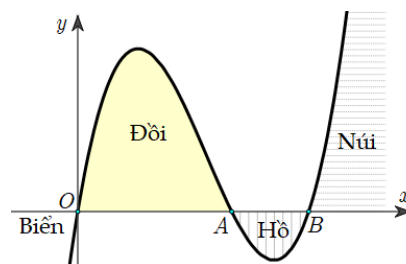
Câu 1. Một chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t > 0$, t tính bằng giây và S tính bằng mét. Trong khoảng thời gian 20 giây đầu tiên, vận tốc của vật tăng trong bao nhiêu giây?

Câu 2. Sự tăng trưởng của một loại virus được xác định bởi hàm số $P(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0,2t}}$, trong đó t là thời gian được tính theo ngày. Ở ngày thứ bao nhiêu thì tốc độ tăng trưởng của loài virus trên là lớn nhất?

Câu 3. Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (hình a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở hình b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em. Khi diện tích của mặt cắt tăng dần, thì khoảng tăng này chứa bao nhiêu số nguyên x ?

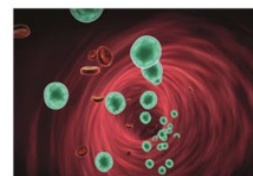


Câu 4. Lát cắt ngang của một vùng đất quen biết được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ $AB = 1$ km và độ sâu của hồ 158 m. Tìm độ cao của đồi (tính bằng mét) tại điểm cao nhất (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 5. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/ℓ của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$. Để

đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 6. Một cửa hàng trung bình bán được 100 cái Tivi mỗi tháng với giá 14 triệu đồng một cái. Chủ cửa hàng nhận thấy, nếu giảm giá mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán với giá bao nhiêu để doanh thu cửa hàng là lớn nhất ? (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

===== HẾT =====

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 02

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

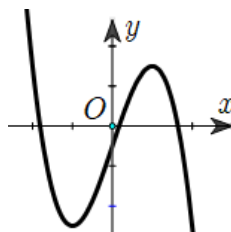
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

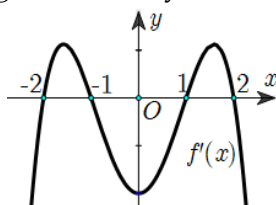
Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là

- A. 0.
B. 1.
C. 3.
D. 2.



Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ chỉ cắt trục hoành tại bốn điểm có hoành độ lần lượt là $x = \pm 2$ và $x = \pm 1$ như hình vẽ bên dưới. Khi đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\infty; 2)$.
B. $(-2; -1)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(0; 1)$.



Câu 4. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là

- A. $M(-1; -1)$. B. $N(0; 1)$. C. $P(2; -1)$. D. $Q(1; 3)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x - 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào ?

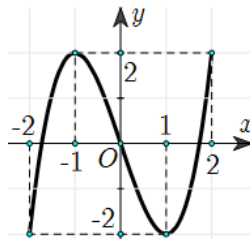
- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 + x$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

- A. $x = -2$.
B. $x = -1$.
C. $x = 1$.
D. $x = 2$.



Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

- A. $f(-1)$. B. $f(1)$. C. $f(2)$. D. Không tồn tại.

Câu 9. Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+5}{x+2}$. D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 10. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 11. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là M , m . Khi đó kết quả nào sau đây đúng ?

- A. $M - m = 4$. B. $3M - m = 5$. C. $M + m = -2$. D. $7M + m = 0$.

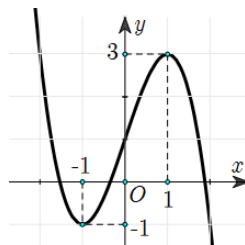
Câu 12. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + (a - 9)x^2 + cx + d$, $(a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và $x_3 = 6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

- A. $-\frac{31}{27}$. B. 32. C. 31. D. $-\frac{32}{27}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

(Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chỉ chọn đúng hoặc sai)

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:



- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(-1; -1)$.
- Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ của điểm cực tiểu và điểm cực đại của hàm số đã cho, khi đó ta luôn có $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
- Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $d: x - y + 2 = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x = -1$; $x = 0$; $x = 3$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
- Hàm số $y = f(3x)$ nghịch biến trên khoảng $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên bên.

- Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.
- Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- $f(-10) > f(-3)$.
- Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh tam giác có diện tích bằng 4.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
			1	3	1
					$+\infty$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
			0	3	0
					$+\infty$

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 3)$ và $(3; +\infty)$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số với hoành độ không âm là $3x + y = 3$.
- Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

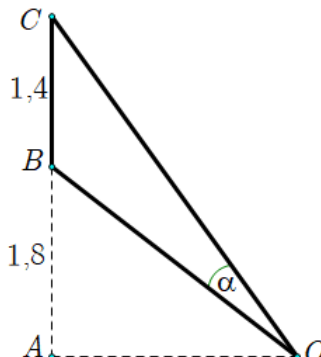
Câu 1. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8$ (m/s²), t là thời gian tính bằng giây, s tính bằng mét. Tính vận tốc của vật tại thời điểm $t = 6$ (s).

Câu 2. Sau khi phát hiện bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$. Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Hỏi đến ngày thứ bao nhiêu thì tốc độ truyền bệnh là 675 (người/ngày).

Câu 3. Một chuyển động theo quy luật là $s = -t^3 + 6t^2 + 3t + 25$ với t giây là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Tính quãng đường vật đi được bắt đầu từ lúc vật chuyển động tới thời điểm vật đạt được vận tốc lớn nhất.

Câu 4. Một doanh nghiệp sản xuất hàng hóa. Biết tổng chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x^3 - 3x^2 + 400x + 5000$ (nghìn đồng). Tổng số tiền thu được khi bán x đơn vị sản phẩm đó là $R(x) = 4000x - 33x^2$ (nghìn đồng). Tìm doanh thu tối ưu của doanh nghiệp đó. (đơn vị doanh thu tối ưu tính bằng triệu đồng).

Câu 5. Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4 m được đặt ở độ cao 1,8 m so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình như hình vẽ):



Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng O sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định độ dài OA để nhìn rõ nhất ($\widehat{BOC}$ gọi là góc nhìn).

Câu 6. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m , để ứng với mỗi giá trị của m thì hàm số $f(x) = mx^3 + 4(m-1)x^2 + 3mx + 2$ không có điểm cực tiểu ?

===== HẾT =====

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 03

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

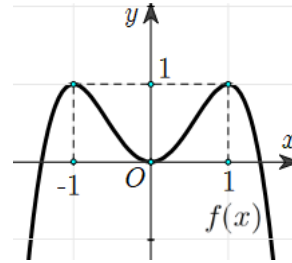
(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $y' = f'(x)$ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$		0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2. Cho Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



- A. $(1; +\infty)$.
- B. $(-1; 1)$.
- C. $(0; 1)$.
- D. $(-\infty; -1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

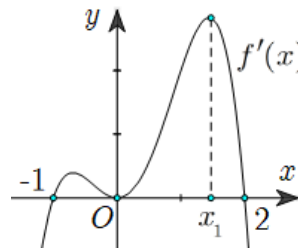
- A. -1 .
- B. 5 .
- C. -3 .
- D. 1 .

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. Hàm số đạt đã cho cực đại tại điểm $x = 1$.
- B. Hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.
- C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
- D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây ?

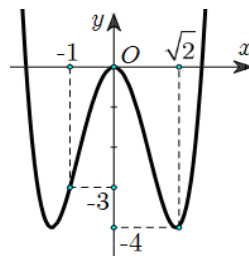


- A. $x = x_1$.
- B. $x = -1$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có $f'(x) = x(x + 1)(x - 4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4 .
- B. 3 .
- C. 1 .
- D. 2 .

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x) + 3x + 2$ có bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-1; \sqrt{2}]$?



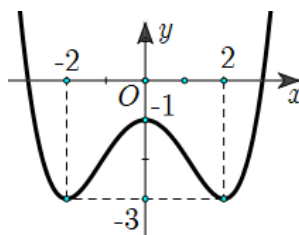
- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ có bảng biến thiên bên dưới. Khi đó $a + b$ bằng

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$							
	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f^2(x)$ là



- A. 3.
B. 5.
C. 7.
D. 4.

Câu 10. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}$ bằng

- A. $4\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. 8. D. 4.

Câu 11. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. Diện tích $\triangle ABC$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 12. Cho hàm số $y = mx^4 + (m + 3)x^3 - (m^2 + 1)x + 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 11. B. 8. C. 9. D. 10.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

(Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chỉ chọn đúng hoặc sai)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

- a) Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
c) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = -1$.
d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai cực trị A và B . Điểm $M(0; -1)$ thuộc đường thẳng AB .

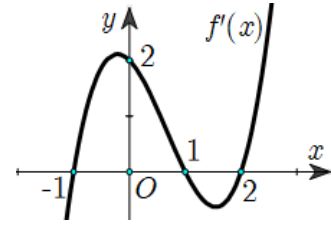
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
c) $\forall x_1, x_2 \in (2; +\infty), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
d) $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; +\infty), f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- Hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.
- Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ có đúng 6 điểm cực trị.



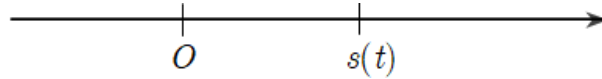
Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \ln x$, $\forall x \in (0; +\infty)$.

- Hàm số đã cho luôn đồng biến trên những khoảng mà nó xác định.
- Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có đúng một điểm cực trị.
- Có 6 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $h(x) = f(x^2 - mx)$ luôn đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải như hình vẽ:

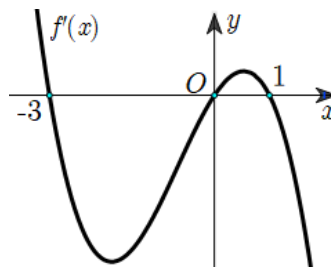


Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$, ($t \geq 0$). Chất điểm chuyển động sang phải trong khoảng thời gian là một tập hợp $(a; b)$, khi đó tập hợp này chứa bao nhiêu số nguyên?

Câu 2. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, ($t \geq 0$), trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (9 - m)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(0; 15)$ để hàm số $y = f(\cos x)$ nghịch biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

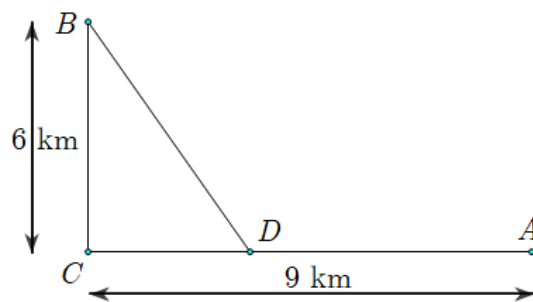
Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(2f(x) + 3)$.

Câu 5. Một hộp sữa dung tích 1 lít có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x (cm) và chiều cao h (cm). Tìm giá trị của x để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

Câu 6. Một công ty muốn xây dựng hệ thống dây cáp từ trạm A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Giá để lắp đặt mỗi km hệ thống dây trên bờ là 50 triệu đồng và dưới nước là 130 triệu đồng. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp đặt hệ thống dây theo đường gấp khúc ADB mà số tiền chi phí thấp nhất. Khi đó chi phí lắp đặt thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng ?



===== HẾT =====

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 04

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu là

- A. $(0; 2)$.
 B. $(3; -4)$.
 C. $x_{CT} = 3$.
 D. $y_{CT} = -4$.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			2	
				$+\infty$
	$-\infty$			-4

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(2; +\infty)$.
 B. $(-\infty; -2)$.
 C. $(-2; +\infty)$.
 D. $(-2; 1)$.

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+
			0	-

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x + 1)(x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu hàm số đã cho là

- A. $x = 1$.
 B. $x = 4$.
 C. $x = -1$.
 D. $x = -4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0;1)$.
B. $(1;+\infty)$.
C. $(-\infty;1)$.
D. $(-1;0)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y						

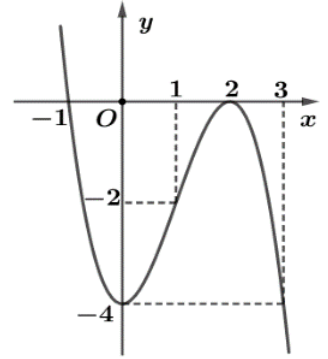
```

graph LR
    Min[" $-\infty$ "] --> M1[" $-1$ "]
    M1 --> M2[" $-2$ "]
    M2 --> M1
    M1 --> Max[" $+\infty$ "]

```

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x) + 9$ đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $(2;+\infty)$.
B. $(-\infty;-1)$.
C. $(-1;1)$.
D. $(0;1)$.



Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$. B. $y = x^3 + 2x$. C. $y = -x^3 - 3x$. D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $f(5) > f(4) > f(3)$. B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.
C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$. D. $f(0) < f(1) < f(2)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(3;4)$. B. $(1;3)$. C. $(-\infty;-3)$. D. $(4;5)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị là A và B . Khi đó, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB là

- A. $\frac{2}{\sqrt{65}}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{7}{2\sqrt{15}}$. D. $3\sqrt{7}$.

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 12x^2 + (m-2)x$ có đúng ba điểm cực trị ?

- A. 47. B. 44. C. 46. D. 45.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m \in [-10;10]$, để ứng với mỗi giá trị m thì hàm số $y = x^3 + mx^2 - m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 8.

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên bên dưới.

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

d) Hàm số $g(x) = f(2x - 1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			2		$-\infty$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \log_5(x^2 + 4x)$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

b) Hàm số đạo hàm $f'(x) = \frac{2x + 4}{(x^2 + 4x) \log 5}$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$.

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.

d) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

b) $f'(x) = (3x^2 - 2x - 1) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$

c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

d) Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Thể tích V của 1 (kg) nước ở nhiệt độ T ($0^\circ \leq T \leq 30^\circ$) được mô hình hóa bởi công thức sau $V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$ (Theo: J Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Thể tích nước của bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{1}{4}t^4 \right)$, với $0 \leq t \leq 90$. Lưu lượng nước của máy bơm tại thời điểm t được xác định bởi $v(t) = V'(t)$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian mà lưu lượng của máy bơm tăng. Hỏi trong khoảng $(a; b)$ này chứa bao nhiêu số nguyên?

- Câu 3.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, $t \in \{0;1;2;\dots;25\}$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm là $(a;b)$, khi đó giá trị $3a - 4b$ là bao nhiêu ?
- Câu 4.** Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 2n$ (gam), $n \in \mathbb{N}^*$. Số cá nhiều nhất có thể thả vào hồ để cân nặng của vụ tăng là bao nhiêu ?
- Câu 5.** Một hộ cá nhân giày da, mỗi ngày sản xuất được x đôi giày ($1 \leq x \leq 30$). Tổng chi phí sản xuất x đôi giày (nghìn đồng) cho bởi hàm chi phí $C(x) = 2x^3 - 42x^2 - 470x - 400$. Giả sử hộ cá nhân này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 250 nghìn đồng/đôi. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x đôi giày. Hãy tính lợi nhuận tối đa của hộ cá nhân trong một ngày (đơn vị triệu đồng, làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -x^2(x^2 - 9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có các khoảng đồng biến là $(-\infty;a)$ và $(b;c)$. Tính $a + b + c$.

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

§ 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

☆☆☆

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$.

$$\bullet \quad M = \max_{\mathcal{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = M \end{cases} \quad \bullet \quad m = \min_{\mathcal{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = m \end{cases}$$

2. **Định lý 1:** Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

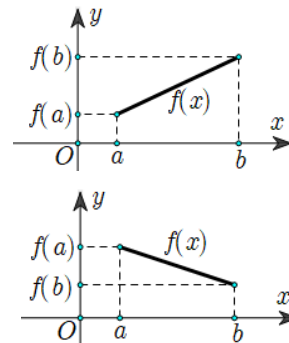
3. **Định lý 2**

• Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\min_{[a; b]} f(x) = f(a) \text{ và } \max_{[a; b]} f(x) = f(b).$$

• Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\min_{[a; b]} f(x) = f(b) \text{ và } \max_{[a; b]} f(x) = f(a).$$



Ghi chú:

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN TỰ LUẬN

Dạng toán 1: Tìm gtnn và gtnl của hàm số khi đề cho bbt hay đồ thị $f(x)$, $f'(x)$

☆☆☆

1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	3			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		0	5	1	4		

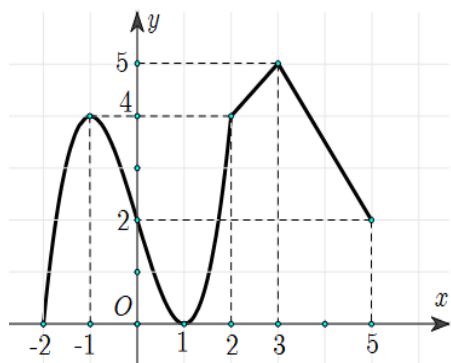
a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$.

b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$.

c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x + 1)$.

d) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(f(x) - 1)$ trên đoạn $[2; 3]$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



- a) Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2; 5]$.

.....

.....

- b) Tìm GTLN, GTNN của hàm số $g(x) = f(f(x))$ trên đoạn $[0; 1]$.

.....

.....

- c) Tìm GTLN, GTNN của hàm số $h(x) = f(\log_3 x - 1)$, $[1; 27]$.

.....

.....

3. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- a) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Biết rằng $f(-1) + f(1) = f(2) + f(3)$.

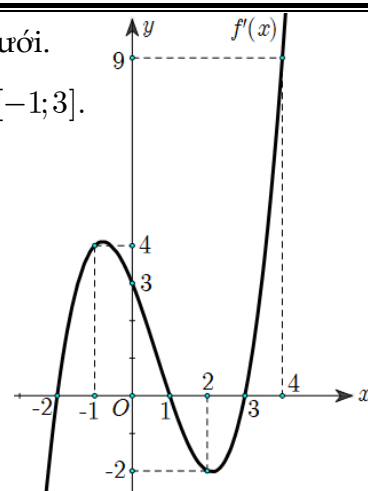
.....

.....

.....

.....

.....



- b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$.

Biết rằng $2f(4) = f(1) + f(2)$.

.....

.....

.....

.....

- c) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 4f(x) - 3x^2 - 12x$ trên đoạn $[-2; 4]$.
Biết rằng $f(4) = 28 + f(-2)$.

.....

.....

.....

.....

Dạng toán 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất khi đề bài cho hàm số $f(x)$



Bài toán 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Bước 1. Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Tính $f'(x)$ và tìm những điểm x_i sao cho tại đó có đạo hàm bằng 0 hoặc liên tục nhưng không có đạo hàm.

Bước 2. Tính $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$.

Bước 3. Kết luận $\max_{[a; b]} f(x) = \max\{f(a); f(b); f(x_i)\}$ và $\min_{[a; b]} f(x) = \min\{f(a); f(b); f(x_i)\}$.

Bài toán 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$.

Bước 1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$. Cho $f'(x) = 0$ và tìm những điểm x_i sao cho tại đó có đạo hàm bằng 0 hoặc liên tục nhưng không có đạo hàm.

Bước 2. Xét dấu $f'(x)$ và lập bảng biến thiên (tìm giới hạn tại $\pm\infty$ và giới hạn 1 bên nếu có)

Bước 3. Dựa vào bảng biến thiên để kết luận GTLN (GTNN nếu có).

————→ **Ghi chú:**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau trên đoạn được chỉ ra.

a) $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$.

b) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 1$ trên $[-1; 1]$.

.....

.....

.....

.....

.....

c) $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

d) $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

.....

.....

.....

.....

.....

e) $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

f) $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2}$ trên đoạn $[0; 1]$.

g) $y = \sqrt{4x - 2x^2}$.

h) $f(x) = 3x + \sqrt{10 - x^2}$.

i) $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; e\right]$.

j) $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 1$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

o) $y = (x^2 - x)e^x$ trên đoạn $[0; 1]$.

p) $f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$.

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau trên khoảng được chỉ ra.

a) $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

b) $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) $y = \frac{3x^2 - 4x}{x^2 - 1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$.

d) $y = \frac{x - 1}{x^2 - x + 1}$.

e) $y = x.e^{-x}$.

f) $y = x \ln x$.

Dạng toán 3. Nhóm bài toán thực tế



Bài 1. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4, \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5 \quad (\text{Nguồn: } \mathcal{R}.T.Charles \text{ et al. } Algebra, Pearson).$$

- a) Ban đầu trong bình xăng có bao nhiêu lít xăng ?
- b) Sau khi bơm 30 giây thì đầy bình. Hỏi dung tích của bình xăng trong xe là bao nhiêu lít ?
- c) Khi xăng chảy vào bình xăng, gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Xăng chảy vào bình xăng ở thời điểm nào có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất ?

Bài 2. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể sau t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$ (mg/l). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất ?

Bài 3. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức:

$$h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t, \quad (t > 0).$$

Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Bài 4. Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần ăn (x lấy giá trị trong khoảng từ 30 đến 120) thì chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức sau $\bar{C}(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$. Tìm số phần ăn được chế biến sao cho chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Khối lượng q (kg) của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \frac{1}{2}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = pq$. Viết công thức biểu diễn R theo p . Tìm giá bán mỗi kilogram sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất và xác định doanh thu cao nhất đó.

.....

.....

.....

Bài 6. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là bao nhiêu (biết số lít xăng tiêu thụ trong các ngày là như nhau).

.....

.....

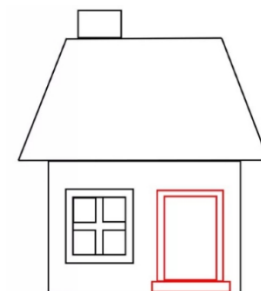
.....

Bài 7. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4m (như hình vẽ). Tìm kích thước khung của sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất) ?

.....

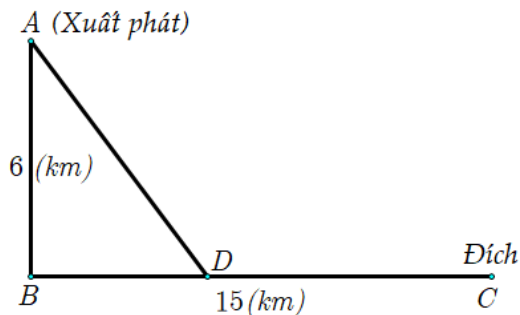
.....

.....



Bài 8. Người ta muốn xây một cái bể hình hộp đứng có thể tích $V = 18 \text{ (m}^3\text{)}$, biết đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và bể không có nắp. Hỏi cần xây bể có chiều cao h bằng bao nhiêu mét để nguyên vật liệu xây dựng là ít nhất ?

Bài 9. Trong cuộc thi hai môn phối hợp gồm chèo thuyền và chạy bộ. Các vận động viên sẽ chèo thuyền từ điểm xuất phát A cách bờ BC : 6 km, sau đó đến bờ tại một vị trí D bất kì rồi chạy về đích C (xem hình minh họa). Biết rằng quãng đường trên bờ $BC = 15$ km, vận tốc chèo thuyền của một vận động viên X là 8 km/h và vận tốc chạy trên bờ là 16 km/h. Hỏi X nên chèo thuyền về bờ tại vị trí D cách đích C là bao nhiêu để tổng thời gian về đích là sớm nhất.



Dạng toán 4. Một số bài toán chứa tham số và hàm hợp cơ bản

===== ☆☆☆ =====

1. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$. Tìm tham số m sao cho $\min_{[-1;1]} y = 0$.

2. Cho hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m + 1$. Tìm tham số m sao cho $\min_{[0;1]} y = 5$.

3. Tìm tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{x - m}$ có $\min_{[-1;2]} y = m + 2$.

4. Cho hàm số $f(x) = (m - 1)x^4 - 2mx^2 + 1$. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max_{[0;3]} f(x)$ bằng bao nhiêu ?

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

PHẦN 01. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

☆☆☆

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A. 0.
B. -4.
C. 3.
D. 16.

x	0	1		3		5
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		-4	0	-4	16	

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 2.
B. -4.
C. 3.
D. -1.

x	-3	-1	0	1	2
$f'(x)$	+	0	-	+	-
$f(x)$	-5	2	-4	3	-1

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 1.
B. 3.
C. -1.
D. 0.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos x)$ bằng

- A. 5.
B. 3.
C. 10.
D. 1.

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f(x)$	2	5	1	3	-2	10

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(3|\cos x| - 1)$ bằng

- A. 4.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

x	-1	0		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		1	2	-2	3	

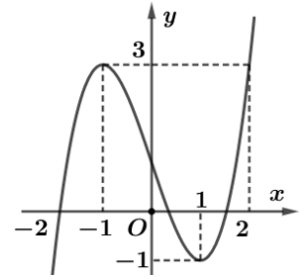
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(|x| + 1)$ bằng

- A. 3.
B. 1.
C. 4.
D. 2.

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -3$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$			

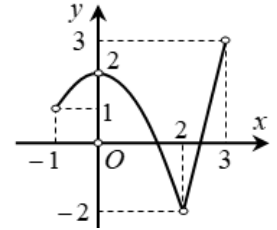
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Khi đó $3M - 2m$ bằng

- A. 2.
- B. 3.
- C. 5.
- D. 11.



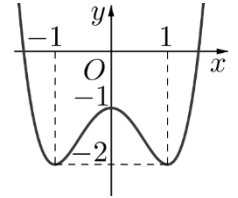
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 5.



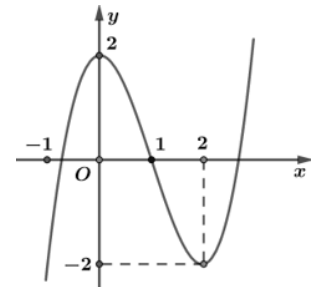
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 0.
- B. 1.
- C. -2.
- D. -1.



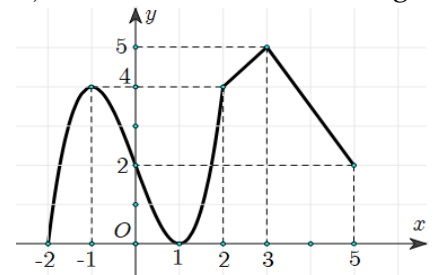
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. -2.
- B. 0.
- C. -1.
- D. 2.



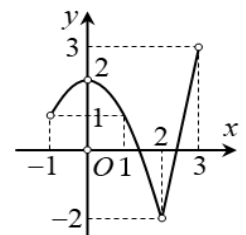
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(2 \sin 3x + 1)$. Giá trị của $M - 2m$ bằng

- A. 10.
- B. 3.
- C. 7.
- D. 5.



Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(f(x) + 1)$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị $M - m$ bằng

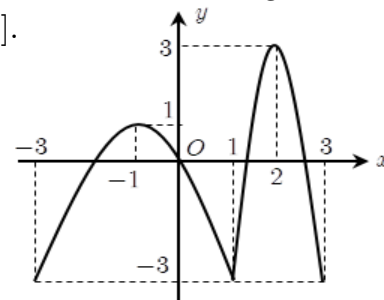
- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.



Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên đoạn $[-1; 0]$.

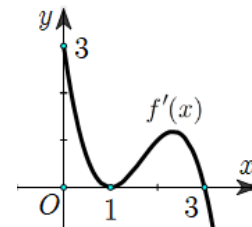
Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 1.
- B. 3.**
- C. 4.
- D. 6.



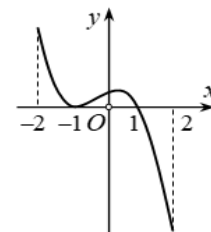
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ trên $[0; +\infty)$ như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$.
- B. Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất.
- C. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 3$.**
- D. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = a \in (1; 3)$.



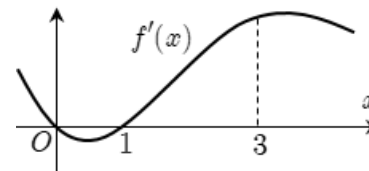
Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$ tại điểm nào sau đây?

- A. $x = 2$.
- B. $x = -1$.**
- C. $x = -2$.
- D. $x = 1$.



Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Nếu $f(0) + f(2) = f(1) + f(3)$ thì giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; 3]$ lần lượt là

- A. $f(3), f(1)$.
- B. $f(0), f(1)$.**
- C. $f(1), f(0)$.
- D. $f(3), f(0)$.



Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -2.
- B. -27.**
- C. -11.
- D. -26.

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 201.
- B. 54.**
- C. 9.
- D. 2.

Câu 19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 4x - 3$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. 0.**
- B. 2.
- C. -3.
- D. 5.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[1; 10]$ bằng

- A. $-14\sqrt{7}$.**
- B. -31.
- C. -30.
- D. -32.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 5.

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 1200x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. 16001.

B. 16000.

C. 160001.

D. 1601.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên đoạn $[3; 4]$ bằng

A. -4.

B. -2.

C. $\frac{3}{2}$.D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 25. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 1}{\sin x + 2}$ là

A. -2.

B. 0.

C. $-\frac{2}{3}$.D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + 3}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là

A. $m = -2$.B. $m = 2$.C. $m = \frac{5}{2}$.D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 28. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. -20.

B. 20.

C. $\frac{52}{3}$.D. $\frac{65}{3}$.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 9 - x - \frac{3}{x}$ trên đoạn $[1; 20]$ bằng

A. $9 + 2\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 4.

D. $9 - 2\sqrt{3}$.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. 24.

B. 6.

C. 12.

D. 4.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 0.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 0.

Câu 33. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ bằng

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 0.

D. -2.

Câu 34. Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$ là

A. $\mathcal{C} = (2; 4)$.

B. $\mathcal{C} = [2; 2\sqrt{2}]$.

C. $\mathcal{C} = [2; 4]$.

D. $\mathcal{C} = [2\sqrt{2}; 4]$.

Câu 35. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -3x^2 + 6x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ là

A. $f(0)$.

B. $f(1)$.

C. $f(2)$.

D. $f(3)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

A. $f(2)$.

B. $f(3)$.

C. $f(-1)$.

D. $f(0)$.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m^2 - 5$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 19. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -2.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 38. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x - m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[-1; 3]} y = 10$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $(-9; 0)$.

B. $(-1; 7)$.

C. $(-6; 1)$.

D. $(0; 10)$.

Câu 39. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?



- A. 17.
- B. 20.
- C. 15.
- D. 18.

Câu 40. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức sau đây: $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?



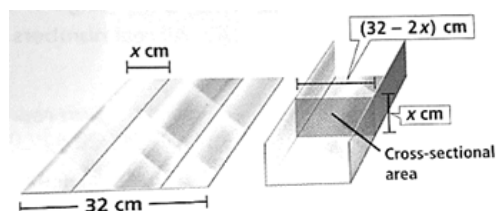
- A. $x = 8$.
- B. $x = 10$.
- C. $x = 15$.
- D. $x = 7$.

Câu 41. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?



- A. 80 USD.
- B. 160 USD.
- C. 40 USD.
- D. 240 USD.

Câu 42. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như hình vẽ bên. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



- A. 7 cm.
- B. 8 cm.
- C. 9 cm.
- D. 10 cm.

Câu 43. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$. Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

- A. 12.
- B. 15.
- C. 13.
- D. 14.

Câu 44. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ với $0 \leq t \leq 30$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất ?

- A. 10 phút.
- B. 20 phút.
- C. 30 phút.
- D. 25 phút.

Câu 45. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong

t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$. Sau khi tiêm thuốc

bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất ?

- A. 4 giờ.
- B. 1 giờ.
- C. 3 giờ.
- D. 2 giờ.



Câu 46. Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \frac{x}{40}\right)$, (USD). Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



- A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).
- B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
- C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
- D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

Câu 47. Sức chứa tối đa mỗi phòng học là 200 em học sinh. Nếu một phòng học có x học sinh thì học phí cho mỗi học sinh là $\left(9 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



- A. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 200 học sinh.
- B. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 4320 (nghìn đồng).
- C. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 360 học sinh.
- D. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 3200 (nghìn đồng).

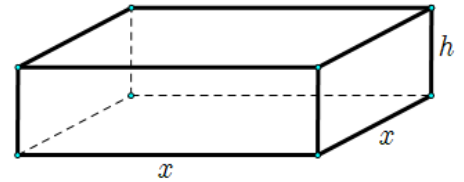
- Câu 48.** Một vật chuyển động theo quy luật $s = t^3 - 6t^2 + 42t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc nhỏ nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?
- A. 36.
B. 54.
C. 50.
D. 27.
- Câu 49.** Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (m) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?
- A. 31.
B. 30.
C. 32.
D. 29.
- Câu 50.** Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 12.
- A. $8\sqrt{2}$.
B. $8\sqrt{3}$.
C. $10\sqrt{2}$.
D. $6\sqrt{3}$.
- Câu 51.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$ và $AC = 8\text{cm}$. Gọi M là điểm trên cạnh huyền BC . Kẻ $MD \perp AB$ và $ME \perp AC$. Tính diện tích lớn nhất của tứ giác $ADME$.
- A. 12 cm^2 .
B. 3 cm^2 .
C. 6 cm^2 .
D. 10 cm^2 .
- Câu 52.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 12 và đáy là hình chữ nhật có chu vi bằng 100. Tìm thể tích lớn nhất của khối chóp đó.
- A. 400.
B. 2500.
C. 10000.
D. 1600.
- Câu 53.** Ông A muốn mua một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 100m^2 để làm khu vườn. Hỏi ông nên mua mảnh đất có kích thước như thế nào để chi phí xây dựng bờ rào là ít tốn kém nhất ?
- A. $4\text{m} \times 25\text{m}$.
B. $10\text{m} \times 10\text{m}$.
C. $5\text{m} \times 20\text{m}$.
D. $25\text{m} \times 8\text{m}$.

Câu 54. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $15\text{cm} \times 24\text{cm}$. Người ta cắt bỏ bốn góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau, rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hình hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng

- A. 3cm.
- B. 4cm.
- C. 5cm.
- D. 2cm.

Câu 55. Một bể nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108cm^2 như hình vẽ. Các kích thước của chiếc bể sao cho thể tích của hộp là lớn nhất là

- A. $x = 6, h = 3$.
- B. $x = 3, h = 6$.
- C. $x = 3, h = 2$.
- D. $x = 3, h = 4$.



Câu 56. Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $1,23\text{m}^3$.
- B. $2,48\text{m}^3$.
- C. $1,57\text{m}^3$.
- D. $1,11\text{m}^3$.

Câu 57. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không có nắp có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá bằng

- A. 83200 đồng.
- B. 320000 đồng.
- C. 832000 đồng.
- D. 32000 đồng.

Câu 58. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.



- A. 83200 đồng.
- B. 320000 đồng.
- C. 832000 đồng.
- D. 32000 đồng.

Câu 59. Người ta cần xây một bể nước ngầm dạng khối hộp chữ nhật có thể tích bằng 500m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Chi phí để xây bể là 2,5 triệu đồng/ m^2 . Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 1040,04 triệu đồng.
- B. 1050,04 triệu đồng.
- C. 1060,04 triệu đồng.
- D. 1052,26 triệu đồng.

Câu 60. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, đường chéo bằng $AC' = \sqrt{6}$. Tìm chiều cao của hình hộp chữ nhật để thể tích khối hộp chữ nhật là lớn nhất ?

- A. $\sqrt{3}$.
- B. $\sqrt{2}$.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 61. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu ?

- A. $6\sqrt{6}$.
- B. $8\sqrt{2}$.
- C. $16\sqrt{2}$.
- D. $24\sqrt{3}$.

Câu 62. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, ($0 \leq t \leq 12$), trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virút (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Virút lây lan nhanh nhất vào thời gian nào ?

- A. Tuần 4.
- B. Tuần 8.
- C. Tuần 12.
- D. Tuần 6.

Câu 63. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất ?

- A. 1,5 năm.
- B. 1,4 năm.
- C. 2,1 năm.
- D. 1,6 năm.

Câu 64. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.



- A. 30 triệu đồng.
- B. 29 triệu đồng.
- C. 30,5 triệu đồng.
- D. 29,5 triệu đồng.

Câu 65. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.



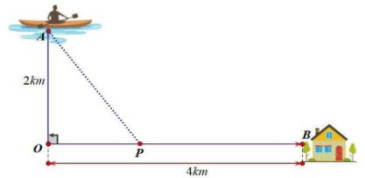
- A. 39000 đồng.
- B. 42000 đồng.
- C. 42000 đồng.
- D. 40000 đồng.

Câu 66. Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n + 5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất ?



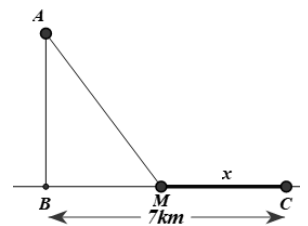
- A. 6 máy.
- B. 5 máy.
- C. 4 máy.
- D. 7 máy.

Câu 67. Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2km, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6m/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là



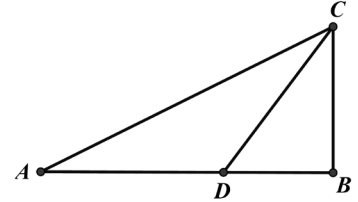
- A. 40 phút.
- B. 44 phút.
- C. 30 phút.
- D. 38 phút.

Câu 68. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7$ km. Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6km/h, rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10km/h (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



- A. 9km.
- B. 6km.
- C. 3km.
- D. 4km.

Câu 69. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40\text{km}$, $BC = 10\text{km}$).



A. $\frac{15}{2}$ km.

B. 10km.

C. $\frac{65}{2}$ km.

D. 40km.

Câu 70. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm đó ($0 < x \leq 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được (đơn vị: chục nghìn đồng) là $f(x) = 2000x - x^2$ và tổng chi phí (đơn vị: chục nghìn đồng) doanh nghiệp chi ra là $g(x) = x^2 + 1440x + 50$. Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) sao cho nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó là

A. $t = 2500000$.

B. $t = 2600000$.

C. $t = 2700000$.

D. $t = 2800000$.

Câu 71. Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, cửa hàng đặt hàng từ Nhà máy sản xuất thành nhiều lần trong năm, số tivi đặt cho nhà máy là như nhau cho các lần đặt hàng. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về cửa hàng chỉ để trưng bày được một nửa, một nửa số hàng còn lại phải lưu kho. Chi phí gửi trong kho là 10\$ một cái. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 20 USD cộng thêm 9 USD mỗi cái. Cửa hàng đặt bao nhiêu lần trong một năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí mà cửa hàng phải trả là nhỏ nhất?

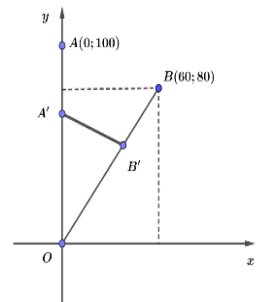
A. 30 lần, mỗi lần 95 cái.

B. 25 lần, mỗi lần 100 cái.

C. 30 lần, mỗi lần 100 cái.

D. 25 lần, mỗi lần 95 cái.

Câu 72. Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5m/s. Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ $B(60;80)$ đến điểm O với vận tốc 10m/s. Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu?



A. $10\sqrt{5}$ m.

B. $20\sqrt{5}$ m.

C. $20\sqrt{3}$ m.

D. $10\sqrt{3}$ m.

PHẦN 02. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

☆☆☆

Nhóm bài toán đại số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+		-	0	+
$f(x)$		0			$+\infty$
	$-\infty$		-1		

- a) Hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1. ☐
- c) Trên đoạn $[0;1]$, hàm số đạt nhỏ nhất là -1 tại $x = 1$. ☐
- d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$. ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		-3		1	
	$-\infty$							$-\infty$

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$. ☐
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng 2. ☐
- c) Đặt $g(x) = f(|x| + 1)$, khi đó $\max_{\mathbb{R}} f(x) = f(4)$. ☐
- d) Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$, khi đó $S_{\triangle ABC} = 8$. ☐

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên $\mathbb{R}$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f(x)$	2	5	1	3	-2	10

- a) Hàm số $y = f(x)$ có ba giá trị cực tiểu là -2; 1; 2. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 10. ☐
- c) $\min_{[-1;1]} f(x) = -2$. ☐
- d) Đặt $g(x) = f(\cos x)$, khi đó $\min_{\mathbb{R}} g(x) = 5$. ☐

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-3;2)$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3	-1	1	2			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			0		-2		3

- a) $\max_{(-3;2)} f(x) = 0$. ☐
- b) $\min_{(-1;2)} f(x) = -2$ ☐
- c) Đặt $g(x) = f(x^2 + 1)$, khi đó $\max_{(-1;1)} f(x) = 2$. ☐
- d) Có đúng 1 giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;5]$ để $m < f(x)$, $\forall x \in (-3;2)$. ☐

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		1	2	-2	3	

- a) $\min_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. ☐
- b) Đặt $g(x) = f(3|\cos x| - 1)$, khi đó $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 2$. ☐
- c) Bất phương trình $m > f(x)$ đúng $\forall x \in [-1;3]$ khi và chỉ khi $m \geq 3$. ☐
- d) Bất phương trình $m \geq f(x)$ có nghiệm $x \in [-1;3]$ khi và chỉ khi $m > 3$. ☐

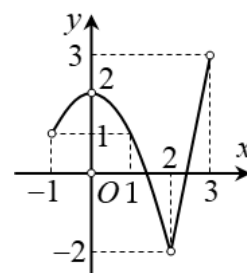
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên phù hợp bên dưới.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$			+	0	-		+
$f(x)$			0	$\nearrow$ 16 $\searrow$	0		0 $\nearrow$ $+\infty$

- a) Hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị. ☐
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 1. ☐
- c) Số nghiệm nguyên $x \in [3;20]$ của bất phương trình $f(x^2 + 21) < f(12x + 1)$ là 7. ☐
- d) Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ là 4. ☐

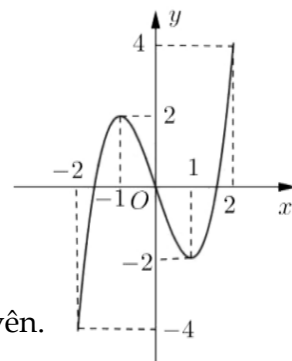
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) $\max_{[-1;3]} f(x) = 3$.
- b) $\min_{[-1;3]} f(x) = f(-2)$.
- c) Đặt $g(x) = f(3 \sin^2 x - 1)$, khi đó $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 2$.
- d) Đặt $h(x) = f(f(x) + 1)$, khi đó $\max_{[-1;0]} h(x) - \min_{[-1;0]} h(x) = 5$.


☐
☐
☐
☐

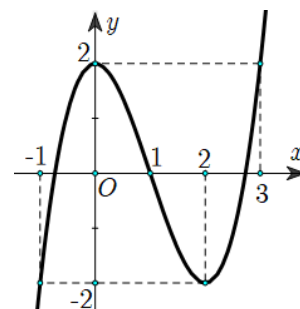
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên dưới.

- a) $\max_{[-2;2]} f(x) = f(4)$ và $\min_{[-1;2]} f(x) = -2$.
- b) Đặt $g(x) = f(\log_2 x)$, khi đó $\min_{[1;4]} g(x) = -2$.
- c) Đặt $h(x) = f(f(x))$ khi đó $\max_{[-1;1]} h(x) - \min_{[-1;1]} h(x) = 8$.
- d) Bất phương trình $f'\left(\frac{f(x)}{4}\right) < 0$ có tập nghiệm chứa 5 số nguyên.


☐
☐
☐
☐

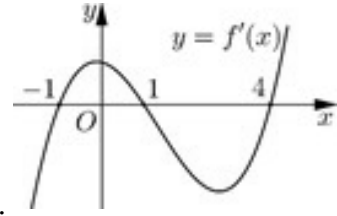
Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 5 điểm cực trị.
- c) Đặt $h(x) = \left\lfloor \frac{3}{2} f\left(\frac{x}{2}\right) \right\rfloor$, khi đó $\max_{[2;4]} h(x) + \min_{[2;4]} h(x) = 3$.
- d) Gọi A, B là 2 điểm cực trị của đồ thị $f(x)$, khi đó $S_{\triangle OAB} = 2$.


☐
☐
☐
☐

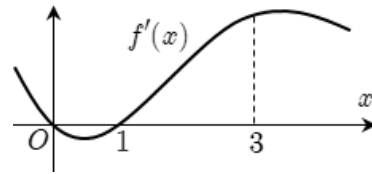
Câu 10. Cho hàm số bậc bốn $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{\pm 1; 4\}$.
 b) $f'(x) = 4(x - 1)(x + 1)(x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 5]$ là $f(5)$.
 d) Phương trình $f(x) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.


☐
☐
☐
☐

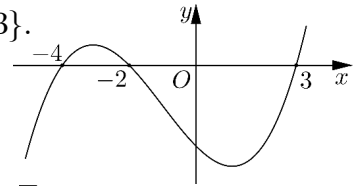
Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

- a) Trên $[0; 3] \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$.
 b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
 c) $\min_{[0;3]} f(x) = f(1)$.
 d) Nếu $f(0) + f(2) = f(1) + f(3)$ thì $\max_{[0;3]} f(x) = f(0)$.


☐
☐
☐
☐

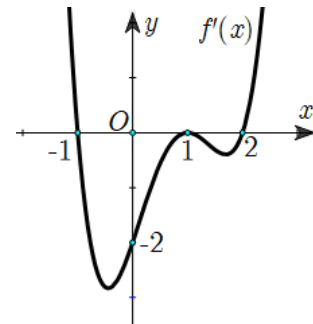
Câu 12. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $S = \{-4; -2; 3\}$.
 b) $f(0) > f(3)$.
 c) $\max_{[-4;3]} f(x) = f(-2)$.
 d) Số nghiệm nguyên bất phương trình $f(\sqrt{6 - x - x^2}) < f(\sqrt{2})$ là 2.


☐
☐
☐
☐

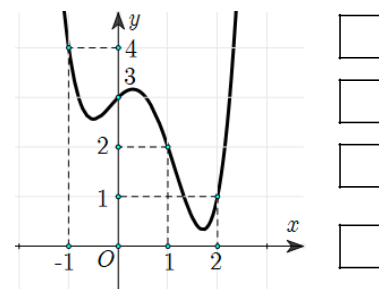
Câu 13. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) $\max_{[-1;2]} f(x) = f(2)$.
 b) $\min_{[1;3]} f(x) = f(1)$.
 c) Đặt $g(x) = f(x) - x^3$, khi đó $\max_{[-1;2]} g(x) = 1 + f(-1)$.
 d) Đặt $h(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$, khi đó $\max_{[-1;2]} h(x) = f(1) - \frac{2}{3}$.


☐
☐
☐
☐

Câu 14. Cho hàm số bậc năm $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ và đặt $g(x) = 2f(x) + x^2 - 6x + 2$.

- a) Hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 c) Nếu $2g(0) = g(2) + g(1)$ thì $\min_{[-1;2]} g(x) = 2f(2) - 6$.
 d) Bất phương trình $f'(x^2) < f(20x)$ có 20 nghiệm nguyên.



Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.
 b) Hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng $f(-1)$.
 d) Đặt $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x - 2$ thì $\min_{[-1;2]} g(x) = f(1) - \frac{8}{3}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1; 3)$ bằng -3 .
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1; 3)$ bằng 1.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-1; 3)$ bằng 1.
 d) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 + 7x + 1$.

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
 c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng -9 .
 d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 8)$ là $y = 3x + 2$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + x^2 - 6x + 1$.

- a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = -3x^2 + 2x - 6$. ☐
- b) $f'(x) < 0$ với mọi x . ☐
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ bằng $f(3)$. ☐
- d) Bất phương trình $f(\sqrt{25 - x^2}) > f(3)$ có tập nghiệm chứa đúng 6 số nguyên x . ☐

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$.

- a) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên tập xác định. ☐
- b) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1. ☐
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$ bằng 0. ☐
- d) Phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi $-1 < m < 0$. ☐

Câu 20. Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x}$

- a) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;3)$ khi $x = 2$. ☐
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập xác định bằng 2. ☐
- c) Giá trị lớn của hàm số trên khoảng $(0;3)$ bằng $10/3$. ☐
- d) Có đúng 2 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm. ☐

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. ☐
- b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{x^2 - 2}{2(x - 1)^2}$. ☐
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 1/2]$ bằng -3 . ☐
- d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$. ☐

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{5 + 4x - x^2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [-1; 4]$. ☐

b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2 - x}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}$. ☐

c) Phương trình $y' = 0$ có nghiệm $x = 2$. ☐

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng 2. ☐

Câu 23. Cho hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. ☐

b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = \frac{x + \sqrt{2 - x^2}}{\sqrt{2 - x^2}}$. ☐

c) Hàm số có duy nhất một điểm cực trị. ☐

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $2 - \sqrt{2}$. ☐

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$.

a) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \ln x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. ☐

b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{1}{e}$. ☐

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; 1)$ là 0. ☐

d) Trên tập xác định, hàm số không có giá trị lớn nhất. ☐

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. ☐

b) Hàm số đã cho có đúng một điểm cực tiểu. ☐

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. ☐

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng $\frac{1}{e}$. ☐

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 4^x - 2^{x+3}$.

- a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 4^x \ln 4 - 2^{x+3} \ln 2$. ☐
- b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng 2 điểm chung với trục hoành. ☐
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ đạt tại điểm $x = 2$. ☐
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 0. ☐

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4 \ln(3 - x)$.

- a) Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. ☐
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 4. ☐
- c) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-\infty; 2)$ tại điểm $x = 1$. ☐
- d) Có 1 giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm dương. ☐

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + m + 5$, với m là tham số.

- a) Khi $m = 0$ thì $\min_{[-1;3]} f(x) = f(1)$. ☐
- b) Khi $m = 0$ thì $\max_{[-1;3]} f(x) = 8$. ☐
- c) Khi $m > 2$, nếu $\min_{[-1;3]} f(x) + \max_{[-1;3]} f(x) = 22$ thì $m = 7$. ☐
- d) Có 5 giá trị nguyên của $m \in (-20; -13)$ để $\min_{[-1;3]} |f(x)| + \max_{[-1;3]} |f(x)| > -6$. ☐

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + mx^2 - (m^2 + m + 1)x$, với m là tham số.

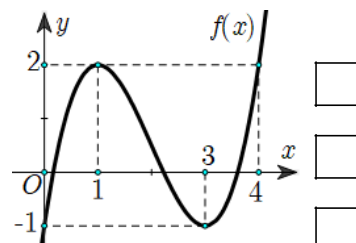
- a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = f(1)$. ☐
- b) Khi $m = 1$ thì $\min_{[1;3]} f(x) = -3$. ☐
- c) Có đúng 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\min_{[-1;1]} f(x) = -6$. ☐
- d) Có đúng 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\max_{[-1;1]} f(x) < 5$. ☐

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + m^2x - 2m^2 + 2m - 9$, với m là tham số.

- a) Khi $m = 1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng -9 . ☐
- b) Khi $m = 1$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 3 . ☐
- c) Khi $m = 1$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ có hệ số góc nhỏ nhất bằng 1 . ☐
- d) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $f(x)$ không vượt quá 3 . Số phần tử của S bằng 3 . ☐

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) Với $m = 0$, đặt $g(x) = f(x) + m$ thì $\min_{[1;3]} g(x) = -1$. ☐
- b) Với $m > 0$, đặt $g(x) = f(x) + m$ thì $\max_{[1;3]} g(x) = 2 - m$. ☐
- c) Với $m > 0$, đặt $h(x) = |f(x + 2m) + 1|$ thì $\max_{[1-2m; 3-2m]} h(x) = 3$. ☐
- d) Đặt $h(x) = f(2x^3 + 2x - 1) + m$, thì $\max_{[0;1]} h(x) = 2020$ khi $m = 2022$. ☐

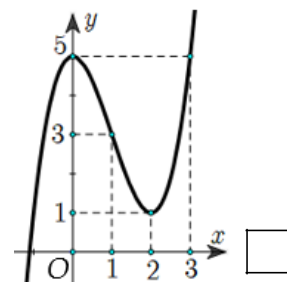


Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Với m là tham số, xét hai bất phương trình:

- $[f^3(x) - 11f(x) + m]^3 - 12f(x) + m \leq 0$ (1)
- $[f^3(x) - 8f(x) + m]^3 - 9f(x) + m \geq 0$ (2)

- a) $\min_{[1;3]} f(x) = f(1)$. ☐
- b) $2\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = 7$. ☐
- c) Có đúng 1958 giá trị nguyên $m \in [-2022; 2022]$ để (1) đúng với mọi $x \in [0; 3]$. ☐
- d) Có đúng 179 giá trị nguyên $m \in (-100; 100)$ để (2) có nghiệm $x \in (0; 3)$. ☐



Nhóm bài toán thực tế

Câu 33. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, ($0 \leq t \leq 12$), trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần).

- a) Sau 7 tuần thì số người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 254 người. ☐
- b) Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 256 người. ☐
- c) Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). ☐
- d) Virus sẽ lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 4. ☐

.....

.....

.....

.....

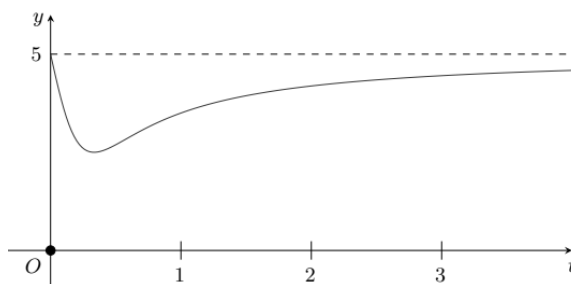
.....

.....

.....

Câu 34. Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ nước được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như hình

vẽ bên cạnh): $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$.



(Theo: https://www.researchgate.net/publication/264903978_Microrespirometric_characterization_of_activated_sludge_inhibition_by_copper_and_zinc)

- a) Khi $t = 1$ giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là 3,5 (mg/l). ☐
- b) Nồng độ oxygen trong hồ cao nhất là 5 (mg/l). ☐
- c) Nồng độ oxygen trong hồ thấp nhất là 2,45 (mg/l). ☐
- d) Đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxygen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxygen lớn nhất khi $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ giờ. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1 000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, *Calculus 10e*, Cengage 2014)

- a) Số lượng vi khuẩn sau 1 giây là 1002 con. ☐
- b) Số lượng vi khuẩn vượt trên 1004 con trong khoảng thời gian 15 giây. ☐
- c) Số lượng vi khuẩn có thể đạt được 1006 con kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. ☐
- d) Số lượng vi khuẩn đạt lớn nhất sau 10 giây kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $x \in [27; 31]$.

- a) Với giá bán mới là 30 triệu thì số xe bán ra là 200 chiếc. ☐
- b) Lợi nhuận thu được được biểu thị qua hàm số $f(x) = -200\left(x - \frac{61}{2}\right)^2 + 2450$. ☐
- c) Với giá bán mới là 30 triệu thì lợi nhuận thu được là 24000 (triệu đồng). ☐
- d) Giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37. Một cửa hàng bán quả vải thiều của Bắc Giang với giá bán là 30000 đồng/1 kg. Giá nhập vào là 16000 đồng/1 kg. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 100kg/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/1 kg thì số vải thiều bán được sẽ tăng thêm là 10kg.

- a) Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1400000 đồng. ☐
- b) Nếu giá bán là 20000 đồng/1 kg khi đó cửa hàng bán được 250kg/ngày. ☐
- c) Gọi x (nghìn) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán ($16 \leq x \leq 30$), khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x - 16)(400 - 10x)$. ☐
- d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1600000 đồng. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 38. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000.

- a) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần tăng thêm 10000 đồng. ☐
- b) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng. ☐
- c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 21000 đồng. ☐
- d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 39. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống.

- a) Nếu gọi x (đồng/tháng) ($x > 0$) là số tiền tăng giá thì số căn hộ bị bỏ trống được tính theo công thức $\frac{x}{50\,000}$ căn hộ. ☐
- b) Thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là 101250000 đồng. ☐
- c) Có 5 căn hộ bị bỏ trống thì công ty có thu nhập cao nhất. ☐
- d) Để công ty có thu nhập cao nhất trong 1 tháng thì giá cho thuê là 2500000 đồng. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

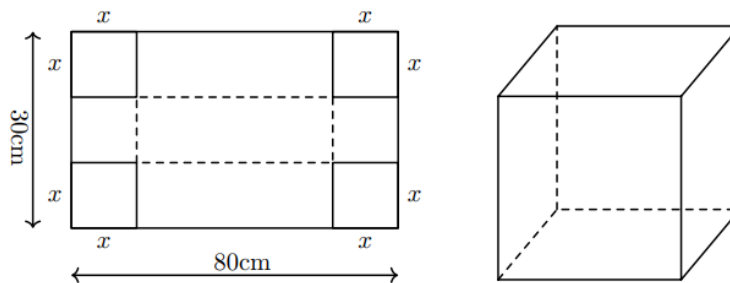
.....

.....

.....

.....

Câu 40. Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30cm và chiều dài 80cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5 \leq x \leq 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như hình. Gọi $V(x)$ là thể tích được biểu diễn theo x của chiếc hộp.



- a) Đáy chiếc hộp có kích thước được biểu diễn theo x lần lượt là $80 - 2x$ và $30 - 2x$. ☐
- b) Thể tích chiếc hộp là $V(x) = \frac{1}{3}x(30 - 2x)(80 - 2x)$. ☐
- c) $V(10) - V(5) = 1000$. ☐
- d) Thể tích lớn nhất của chiếc hộp là $\frac{200000}{27} \text{ cm}^3$. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN 03. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

☆☆☆

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $S = -t^3 + 18t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

Trả lời:

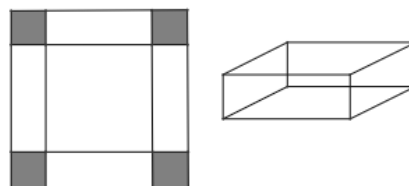
Câu 2. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$, (mg/ℓ). Hỏi sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất ?

Trả lời:

Câu 3. Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ không khí đi vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho đo được bởi công thức $V = k(R - r)r^2$ với $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho. Biết bán kính của khí quản khi ho là $r = \frac{a}{b}R$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất. Hãy tìm $a + b$.

Trả lời:

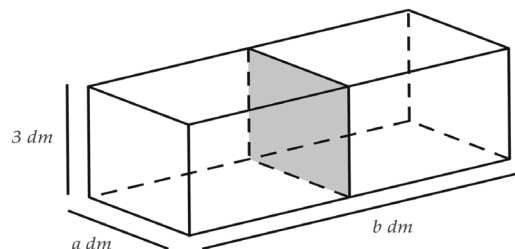
Câu 4. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x , rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



Trả lời:

Câu 5. Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích 72dm^3 , chiều cao là 3dm . Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a , b (đơn vị dm) như hình vẽ. Với giá trị a , b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể. Tính giá trị của tổng $a + b$ (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Trả lời:



Câu 6. Nhà sản xuất muốn sản xuất hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, thể tích 330 (mL) . Để tiết kiệm chi phí thì phải thiết kế sao cho diện tích toàn phần nhỏ nhất. Tính chiều cao của hộp sữa (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).

Trả lời:

Câu 7. Ông X muốn xây một bể cá chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê công nhân xây bể là 500000 đồng/ m^2 . Nếu ông X biết xác định các kích thước một cách hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Ông X trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể cá đó là bao nhiêu ? (đơn vị: triệu đồng và làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Trả lời:

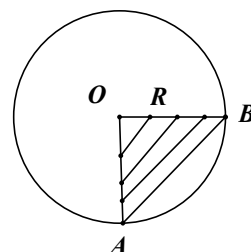
Câu 8. Ông A dự định sử dụng hết 5m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu ? (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).

Trả lời:

Câu 9. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60cm , thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

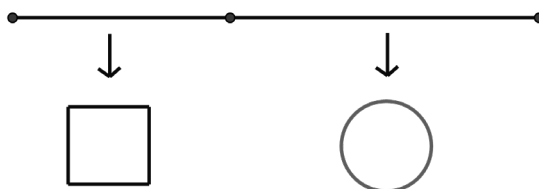
Trả lời:

Câu 10. An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ có bán kính $R = 12\text{cm}$, An muốn tạo một cái phễu hình nón từ tấm bìa đó. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán OA , OB lại với nhau. Gọi x (Rad) là góc ở tâm của hình quạt tròn AOB . Tìm x để thể tích phễu lớn nhất (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).



Trả lời:

Câu 11. Một sợi dây kim loại dài 60dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu ?



Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Công ty A định làm một téc nước hình trụ bằng inox (gồm cả nắp) có dung tích 2m^3 . Để tiết kiệm chi phí công ty A chọn loại téc nước có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Diện tích toàn phần của téc nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Khi xây nhà, anh Tùng cần xây một bể nước mưa có thể tích $V = 6\text{m}^3$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp và các mặt xung quanh đều được đổ bê tông cốt thép. Phần nắp bể để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ nắp bể. Biết rằng chi phí nhân công và vật liệu là 1000000 đồng/ m^2 tính theo diện tích xây dựng. Tính chi phí thấp nhất mà anh Tùng phải trả khi xây bể (đơn vị triệu đồng, làm tròn đến một chữ số thập phân).

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 24cm . Tìm bán kính của khối trụ sao cho thể tích khối trụ là lớn nhất.

Trả lời:

.....

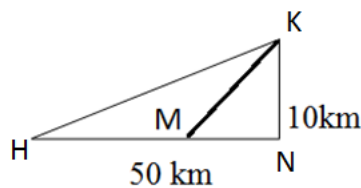
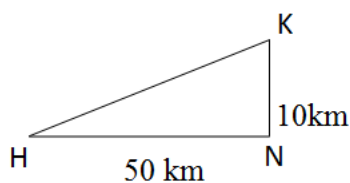
.....

.....

.....

Câu 15. Cô An đang ở khách sạn H bên bờ biển, cô cần đi du lịch đến hòn đảo K . Biết khoảng cách từ đảo K đến bờ biển là $KN = 10\text{km}$, khoảng cách từ khách sạn đến H đến điểm N là $HN = 50\text{km}$ (giả thiết $HN \perp NK$). Từ khách sạn H , cô An có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đường thủy để đến hòn đảo K (như hình vẽ). Biết rằng chi phí đi đường thủy

là 5 USD/ 1km, chi phí đi đường bộ là 3 USD/ 1km. Hỏi cô An phải chi một khoản tiền nhỏ nhất là bao nhiêu để đi đến đảo K ?



Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1. Hai điểm M, N chạy tương ứng trên các đoạn AB và CD sao cho $BM = DN$. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của MN . Tính $m^2 + n^2$.

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng 1. Gọi φ là góc giữa BC' và mặt phẳng $(A'BC)$. Khi $\sin \varphi$ đạt giá trị lớn nhất, tính thể tích khối lăng trụ đã cho ? (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

D. 04 ĐỀ BỀN LUYỆN GIÁ TRỊ LỚN NHẤT & GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

☆☆☆

ĐỀ SỐ 01

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng 9. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. $f(x) > 9, \forall x \in \mathbb{R}$.
 B. $f(x) \geq 5, \forall x \in \mathbb{R}$ và $\exists x_0 : f(x_0) = 9$.
 C. $f(x) < 9, \forall x \in \mathbb{R}$.
 D. $f(x) \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$ và $\exists x_0 : f(x_0) = 9$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A. 0.
 B. -4.
 C. 3.
 D. 16.

x	0	1		3		5
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		-4	0	-4	16	

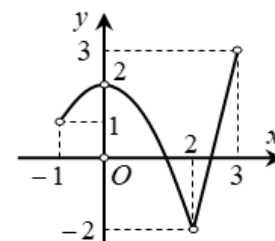
Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3|\cos x| - 1)$ bằng

- A. 4.
 B. 3.
 C. 2.
 D. 1.

x	-1	0		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		1	2	-2	3	

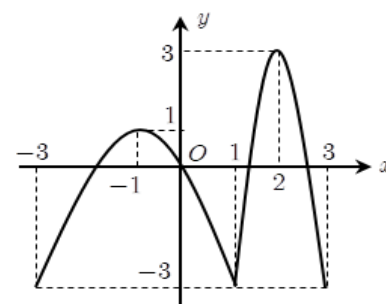
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0.
 B. 1.
 C. 4.
 D. 5.



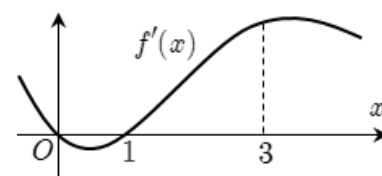
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(f(x))$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 1.
 B. 3.
 C. 4.
 D. 6.

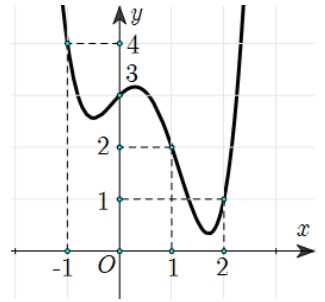


Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Nếu $f(0) + f(2) = f(1) + f(3)$ thì giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; 3]$ lần lượt là

- A. $f(3), f(1)$.
 B. $f(0), f(1)$.
 C. $f(1), f(0)$.
 D. $f(3), f(0)$.



- Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng
- A. $f(0)$. B. $f(2)$. C. $f(3)$. D. $f(4)$.
- Câu 8.** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin 2x + 2$ trên tập xác định bằng
- A. 4. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1;10]$ bằng
- A. -100. B. 100. C. $10\sqrt{10}$. D. $-10\sqrt{10}$.
- Câu 10.** Gọi giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ trên nửa khoảng $[1;e^2)$ lần lượt là m và M . Biểu thức $\mathcal{D} = \ln(m+M)$ có giá trị bằng
- A. 1. B. -1. C. e . D. e^{-1} .
- Câu 11.** Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ (m là tham số). Cho $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$, tìm $\max_{[0;3]} f(x)$.
- A. -1. B. -4. C. 4. D. 1.
- Câu 12.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + x^2 - 6x + 2$ trên $[-1;2]$, biết $2g(0) = g(2) + g(1)$.
- A. $2f(1) - 3$.
B. $2f(0) + 2$.
C. $2f(2) - 6$.
D. $2f(-1) + 9$.



Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$.
- a) Cực đại của hàm số đã cho bằng -1.
b) Trên khoảng $(0;2025)$, hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 8.
c) $\max_{[-4;-3]} f(x) = \min_{[3;4]} f(x)$.
d) Trên đoạn $[a;b]$, tùy ý với $b \leq 0$, hàm số luôn có giá trị lớn nhất không vượt quá 40.
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$.
- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
b) Trên khoảng $(0;2)$, đạo hàm của hàm số đã cho luôn dương.
c) Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là $2\sqrt{2}$ và -2.
d) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}$.
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
b) Hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ bằng -3.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + m$, với m là tham số.

- Đồ thị hàm số đã cho luôn có 1 điểm cực trị thuộc trục tung.
- Với $a = 4$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.
- Khi đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$ thì $\min_{[-1; 1]} f(x) = 1$.
- Với mọi $m \in (0; 4)$ thì giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số luôn cùng dấu.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 350 nghìn đồng/ m^2 . Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

Câu 2. Ông X muốn mua một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng $100m^2$ để làm khu vườn. Để chi phí xây dựng bờ rào xung quanh khu vườn là ít tốn kém nhất thì ông X đã mua mảnh đất có kích thước $a(m) \times b(m)$ (với a là chiều dài, b là chiều rộng của khu vườn). Khi đó kết quả của $a + 2b$ bằng bao nhiêu ?

Câu 3. Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 100 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu thì lợi nhuận thu được cao nhất ? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 10$, trong đó m là số nguyên dương. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ bằng 6.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{3} \cos^3 x + \frac{1}{4} \cos 2x - 2 \cos x + \frac{5}{4}$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{m}{n}$ (với m, n là hai số nguyên dương và nguyên tố cùng nhau). Khi đó $m - 3n$ bằng bao nhiêu ?

Câu 6. Xét hàm số $f(x) = |x^3 - 3(m^2 - 2m)x + 11|$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ tại điểm $x = 1$?

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 02

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

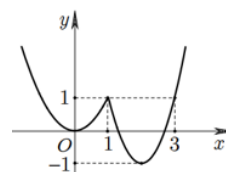
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 2.
B. -4.
C. 3.
D. -1.

x	-3	-1	0	1	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	-5	2	-4	3	-1

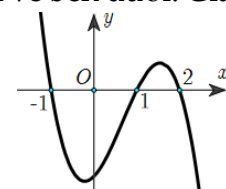
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, chỉ có đúng ba điểm cực trị và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 0.
B. -1.
C. 1.
D. 3.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. $f(2)$.
B. 1.
C. $f(-1)$.
D. $f(1)$.



Câu 4. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2025 - \sin x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng

- A. $f(0)$.
B. $f(1)$.
C. $f(1,5)$.
D. $f(2)$.

Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -3x^2 + 6x - 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $f(0)$.
B. $f(1)$.
C. $f(2)$.
D. $f(3)$.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}$.
B. -40.
C. $-32\sqrt{2}$.
D. -45.

Câu 7. Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = 4$.
B. $x = 1$.
C. $x = 2$.
D. $x = 3$.

Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

- A. $m = \frac{17}{4}$.
B. $m = 10$.
C. $m = 5$.
D. $m = 3$.

Câu 9. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \ln^3 x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e^3]$ lần lượt là

- A. 12 và 2.
B. 18 và -2.
C. 18 và $\frac{1}{4}$.
D. 12 và $\frac{1}{4}$.

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5 \sin x + \cos 2x$ bằng

- A. -6.
B. -7.
C. -4.
D. 3.

Câu 11. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2m + 7$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 4]$ thuộc khoảng $(-5; 8)$ là

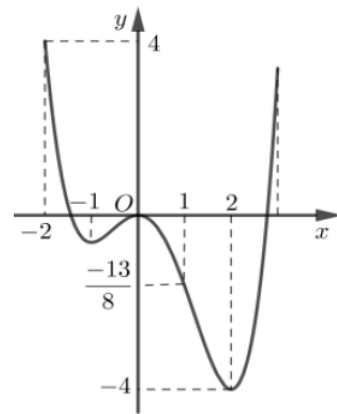
A. 12.

B. 3.

C. 7.

D. 6.

Câu 12. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m , M là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Tính $m + M$.



A. 0.

B. 4.

C. -2.

D. -4.

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2$.

a) Hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

c) $\max_{(-1;1)} f(x) = f(-1) = \frac{2}{3}$.

d) Hàm số luôn có giá trị nhỏ nhất trên mọi khoảng mà nó xác định.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx - 4}{x + m}$ với m là tham số.

a) Hàm số đã cho luôn đồng biến trên những khoảng mà nó xác định.

b) Khi $m = 1$, ta có $\min_{[-2;2]} f(x) = 6$.

c) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 trên đoạn $[-2; 6]$ khi $m = 34$.

d) Có đúng 2 giá trị của m thỏa $2 \min_{[0;4]} y + 2 \max_{[0;4]} y = 19$.

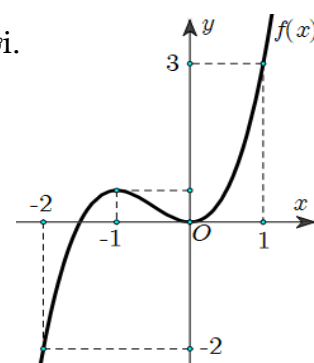
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.

a) $\max_{[-2;1]} f(x) = -3$.

b) $\max_{[-2;1]} f(x) + \min_{[-2;1]} f(x) = 0$.

c) Bất phương trình $m \leq f(x)$ có nghiệm $x \in [-2; 1]$ khi $m \leq -2$.

d) Đặt $g(x) = f(x + 1)$, khi đó $\max_{[-1;0]} g(x) + \min_{[-1;0]} g(x) = 4$.



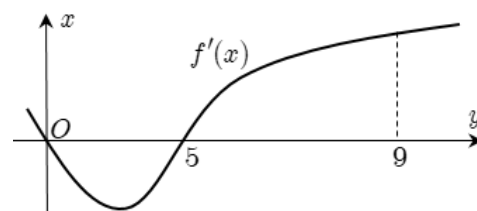
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $f(0) + f(7) = f(5) + f(9)$.

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

c) $m \leq f(x), \forall x \in [0; 9]$ khi $m \leq f(5)$.

d) $\min_{[0;9]} f(x) = f(5)$ và $\max_{[0;9]} f(x) = f(0)$.



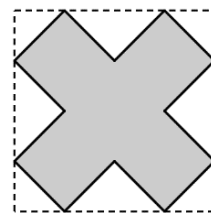
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

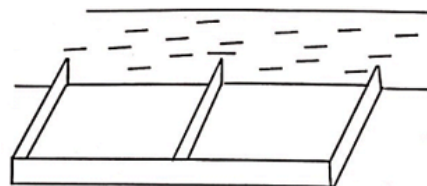
Câu 1. Người ta muốn sản xuất một bể nước theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính và có thể tích là $16m^3$. Biết giá của mỗi mét vuông kính là 500000 đồng. Tìm số tiền tối thiểu phải trả để làm bể nước trên (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Từ hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng bao nhiêu ?

(làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).



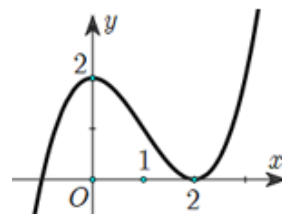
Câu 3. Một người nông dân có 15.000.000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 đồng một mét. Diện tích lớn nhất của đất rào thu được bằng bao nhiêu ? (đơn vị: mét vuông và làm tròn đến 1 chữ số thập phân).



Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $4f^2(x) - 4f(x) = 4x^6 + 12x^4 + 8x^2, \forall x \in \mathbb{R}$, biết $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị của $M - m$ bằng bao nhiêu ?

Câu 5. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ thỏa mãn $a < 5$ và hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2 - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$?

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left| \frac{f(x) - mx + 6 - m}{x + 1} \right|$ thỏa mãn $\max_{[0;2]} g(x) - 2 \min_{[0;2]} g(x) \geq 3$?

**PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 03

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-4; 5]$ và có bảng biến thiên bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-4; 5]$. Tính $M + m$.

A. $-\frac{16}{3}$.

B. $-\frac{50}{3}$.

C. 2.

D. -20.

x	-4	-2	4	5
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$	$-\frac{62}{3}$	$-\frac{52}{3}$

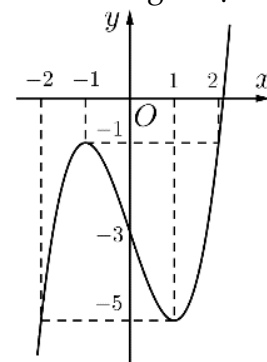
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. $m = -5, M = 0$.

B. $m = -5, M = -1$.

C. $m = -1, M = 0$.

D. $m = -2, M = 2$.



Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. 2.

B. -3.

C. -2.

D. 0.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 3 \sin(2025x) + 5$.

A. 6080.

B. 8.

C. 5.

D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

A. $f(3)$.

B. $f(1)$.

C. $f(4)$.

D. $f(2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 45x - 3$. Tìm tích giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$.

A. -6305.

B. -7566.

C. -7546.

D. -7656.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{5}$.

B. $-\frac{19}{50}$.

C. $-\frac{2}{5}$.

D. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 2 + \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$.

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 4.

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $e^2 - 12$.

B. -4.

C. $2 \ln 2 - 6$.

D. $\ln 2 - 6$.

Câu 11. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$. Khi đó $M - m$ bằng

- A. 4. B. 0. C. $2 + \sqrt{2}$. D. $2 - \sqrt{2}$.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -4 khi

- A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm 3$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

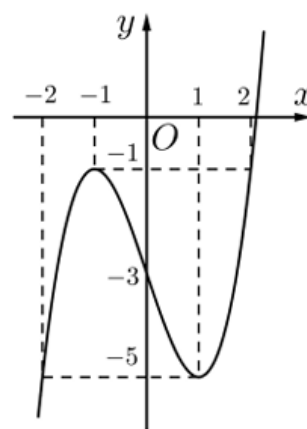
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			5		2		3	
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
								$-\infty$

- a) $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 5$ và $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 2$.
 b) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 7.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng 5.
 d) Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để $m < f(x)$, $\forall x \in (-1; 1)$ là 13.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) $\max_{[-2; 2]} f(x) = -1$.
 b) $\max_{(-\infty; 1]} f(x) - \min_{(-\infty; 1]} f(x) = 2$.
 c) $\min_{[-1; 2]} f(x) = f(1)$.
 d) Tập nghiệm bất phương trình $f(x) \leq -1$ là $S = (-\infty; 2]$.



Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2$.

- a) $\min_{[-1; 1]} f(x) = -3$.
 b) $\max_{[-1; +\infty)} f(x) = -2$.
 c) $\max_{[-2; 2]} f(x) + \min_{[-2; 2]} f(x) = 3$.
 d) Nếu $\min_{[0; 2]} f(x) = f(x_A) = y_A$ và $\max_{[0; 2]} f(x) = f(x_B) = y_B$ thì $AB = \sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x - 2)^2(x - 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

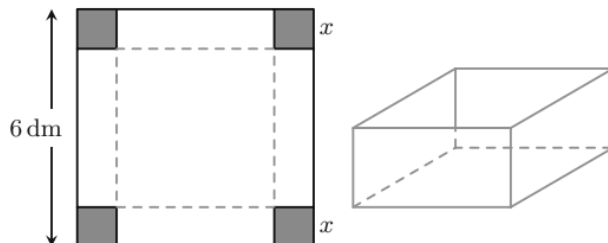
- a) Hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 b) $\max_{[0; 4]} f(x) = f(3)$.
 c) Bất phương trình $m \geq f(x)$ có nghiệm $x \in (-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $m \geq f(0)$.
 d) Bất phương trình $2f(x) + 2^{x-1} > m$ có nghiệm $x \in [0; 3]$ khi $m < 2f(3) + 4$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

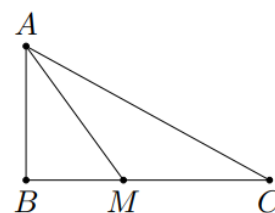
(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Đợt xuất khẩu gạo của tỉnh X thường kéo dài trong 2 tháng (60 ngày). Nhận thấy số lượng xuất khẩu gạo tính theo ngày thứ t được xác định bởi $S(t) = \frac{2}{5}t^3 - 63t^2 + 3240t - 3100$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60$. Hỏi trong 60 ngày đó thì ngày thứ mấy có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất ?

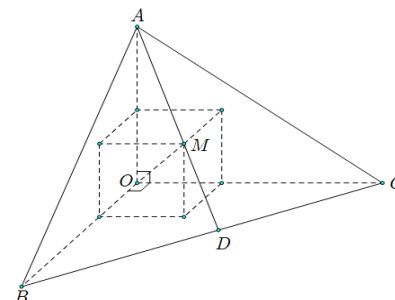
Câu 2. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 6dm. Bác B cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cùng độ dài bằng x (dm), rồi gập tấm nhôm lại như hình bên để được một cái hộp có dạng khối hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo x . Tìm x (dm) để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất ?



Câu 3. Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở 3 vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B (như hình vẽ), $AB = 10\text{km}$, $BC = 25\text{km}$ và 3 bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn C . Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC . Từ nhà, bạn A đi xe buýt đến điểm hẹn M với tốc độ 30km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C bằng xe máy với tốc độ 50km/h . Hỏi điểm hẹn M cách nhà bạn B bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất ? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).



Câu 4. Một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA = 3\text{cm}$, $OB = 6\text{cm}$, $OC = 12\text{cm}$. Trên mặt đáy ABC người ta đánh dấu một điểm M sau đó người cắt gọt khối gỗ để thu được một khối hộp chữ nhật có OM là một đường chéo, đồng thời hình hộp có ba mặt trên ba mặt bên của hình chóp (tham khảo hình vẽ). Khối hộp chữ nhật thu được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?



(làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên phù hợp với hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$					

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực $m \in (-50; 50)$ sao cho bất phương trình:

$$(x - 1) \left[mf^2(x) - (2m + 1)f(x) + 2 \right] \geq 0 \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R} ?$$

Câu 6. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a - 8b - 4) = 1$ và c, d là hai số dương thỏa

mãn $\sqrt{c^2 + c + \log_2 \frac{c}{d}} - 7 = \sqrt{4d^2 + 2d - 6}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\mathcal{D} = \sqrt{(a - c + 1)^2 + (b - d)^2}$.

(làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 04

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + e^x$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

- A. $f(1)$. B. $f(1) + e$. C. $f(0) + 1$. D. $f(0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -\sqrt{x+3}$, $\forall x > -3$. Trên đoạn $[0;1]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = -\sqrt{3}$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- A. -16 . B. 20 . C. 0 . D. 4 .

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$, đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$. So sánh giá trị $f(1)$ và $f(2)$.

- A. $f(1) < f(2)$. B. $f(1) > f(2)$. C. $f(1) = f(2)$. D. Không thể so sánh.

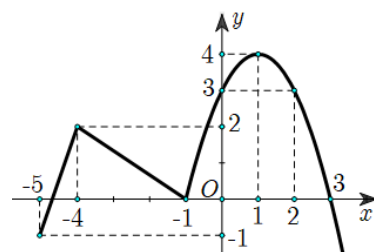
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có biến thiên bên dưới. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 1 - f(x)$. Khi đó $M - m$ bằng

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-5		3		-5		$+\infty$

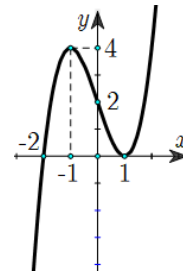
- A. 7 . B. 8 . C. 6 . D. 5 .

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên đoạn $[-1;0]$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A. $M = 4$, $m = -1$. B. $M = 3$, $m = 0$.
C. $M = 4$, $m = 3$. D. $M = 4$, $m = 0$.



Câu 7. Cho hàm số $f(x) = (x+2)(x-1)^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x-1|(x^2+x-2)$ bằng



- A. 1.
B. 0.
C. -1.
D. -4.

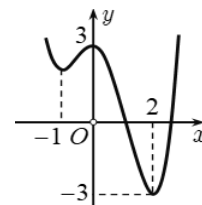
Câu 8. Cho hàm số $f(x) = (m+2)x^4 - x^2 + 3m^2 - 2m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất?

- A. 11. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. $f(2) - \frac{4}{3}$. B. $f(1) - \frac{8}{3}$. C. $f(0) - 2$. D. $f(-1) - \frac{4}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của tham số m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(3\sin(\pi x) - 1) + m$ trên đoạn $\left[2; \frac{5}{2}\right]$ bằng 2.

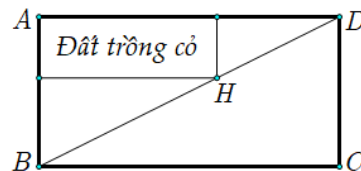


- A. $m = -3$. B. $m = 5$.
C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 11. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $4y + 3\log_2(x^2 + y^2 - 2y + 2) \geq 2x^2 + 2y^2 + 2$. Hỏi $\mathcal{D} = 4x + 3y - 2$ có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 24. B. 25. C. 17. D. 18.

Câu 12. Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 25m^2 , người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H , với H thuộc cạnh BD . Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là 70.000 đồng/ m^2 ?



- A. 337.500 đồng. B. 875.000 đồng. C. 584.000 đồng. D. 437.500 đồng.

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-3)(x+3)(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ là $f(-3)$.
b) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.
c) Đặt $g(x) = f(3-2x)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $g(3)$.
d) Đặt $h(x) = f(5-x)$ và $h(0) + h(4) = h(2) + h(8)$, khi đó $\max_{[0; 8]} h(x) = h(8)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2mx^2 - m + 2$, với m là tham số.

- a) Nếu $f(1) = 0$ thì $f(5) = 40$.
b) Hàm số đã cho luôn có 2 điểm cực trị.

c) Với $m = 3$, ta có $\min_{[-1;5]} f(x) = -1$.

d) Có đúng 1 giá trị của m để hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ bằng 6.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$, với m là tham số.

a) Khi $m = 0$, ta có $\min_{(0;+\infty)} y = -2$.

b) Hàm số đã cho luôn có 2 điểm cực trị.

c) Với mọi giá trị của m , ta luôn có $\max_{(-\infty;m)} y - \min_{(m;+\infty)} y = 4$.

d) Có đúng 1 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ tại một điểm $x_0 \in (0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$.

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 12.

b) Hàm số $g(x) = f(x) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2;0]$ bằng 10 khi $m = 3$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(2x^2 + 1) - 5$ bằng -25 .

d) Hàm số $k(x) = |f(x) + m|$ có $\max_{[0;4]} k(x) = 17$ khi tích các giá trị của tham số m bằng -30 .

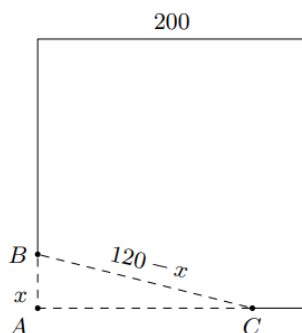
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

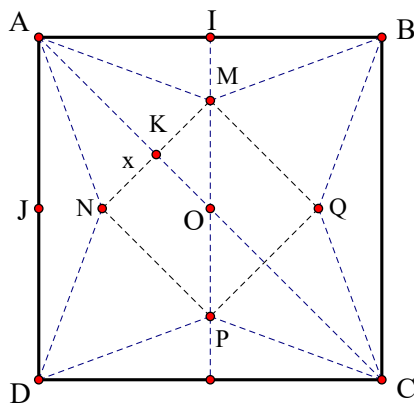
Câu 1. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S(t) = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2. Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích 1000cm^3 . Mặt trên và mặt dưới của bình được làm bằng vật liệu có giá 1,2 nghìn đồng/ cm^2 , trong khi mặt bên của bình được làm bằng vật liệu có giá 0,75 nghìn đồng/ cm^2 . Tìm bán kính đáy của bình để chi phí vật liệu sản xuất mỗi chiếc bình là nhỏ nhất (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

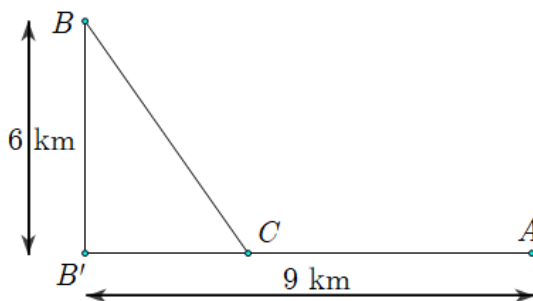
Câu 3. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ ($0\text{cm} < x < 60\text{cm}$) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



Câu 4. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh 2m. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}$ (m) (với $a, b \in \mathbb{Z}$; a, b nguyên tố cùng nhau). Tính $a^2 + b^2$.



Câu 5. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 (USD) mỗi km và 130000 (USD) mỗi km để xây dưới nước. Gọi B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9km. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó khoảng cách từ C đến A là bao nhiêu ?



Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m , để ứng với mỗi giá trị của m thì hàm số $f(x) = \frac{x^2 - mx - 116}{x^2 + x + 1}$ có giá trị lớn nhất và giá trị lớn nhất không vượt quá 3 ?

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

§ 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

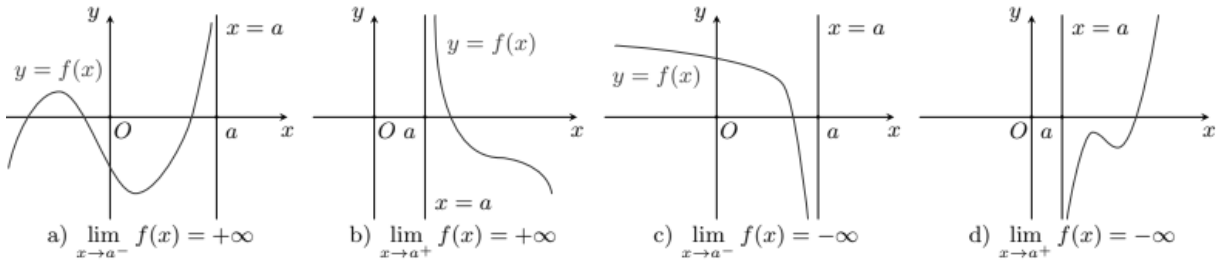
☆☆☆

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

① Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = a$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một trong các điều kiện** sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty.$$



Nhận xét:

— Để tìm **tiệm cận đứng** của đồ thị hàm số, ta cần **tính giới hạn một bên** của a , với a thường là điều kiện biên của hàm số (hay tại a thì hàm số không xác định).

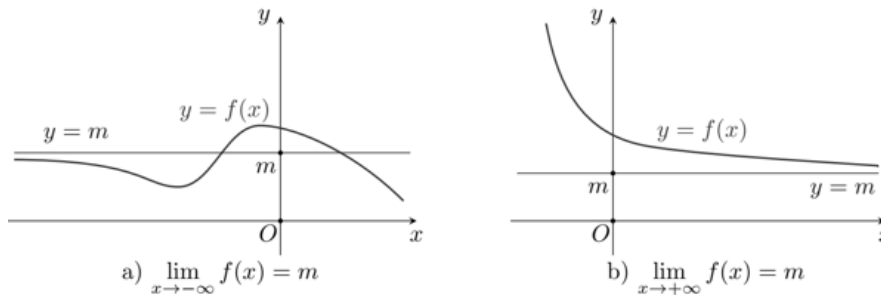
— Kỹ năng sử dụng máy tính (**tham khảo**):

+ Tính $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a + 10^{-6}$ (tùy vào hàm có thể điều chỉnh 10^{-3}).

+ Tính $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a - 10^{-6}$ (tùy vào hàm có thể điều chỉnh 10^{-3}).

② Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = m$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = m$.



Nhận xét:

— Để tìm **tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số ta cần tính giới hạn của hàm số tại **vô cực** ($\pm\infty$).

— Tìm giới hạn ở vô cực của hàm $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$; với $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức không căn:

+ Bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang $Ox : y = 0$.

+ Bậc của $P(x)$ bằng bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{\text{Hệ số } x \text{ bậc cao của } P(x)}{\text{Hệ số } x \text{ bậc cao của } Q(x)} = m$ (một số cụ thể)

$\Rightarrow y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

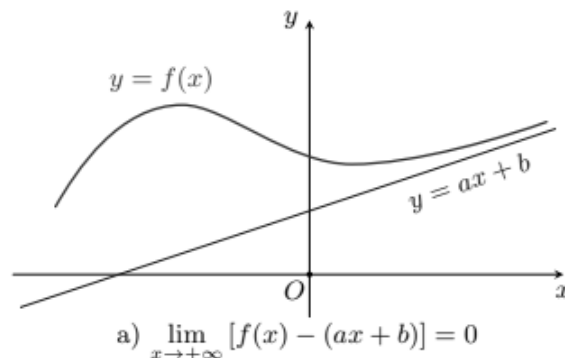
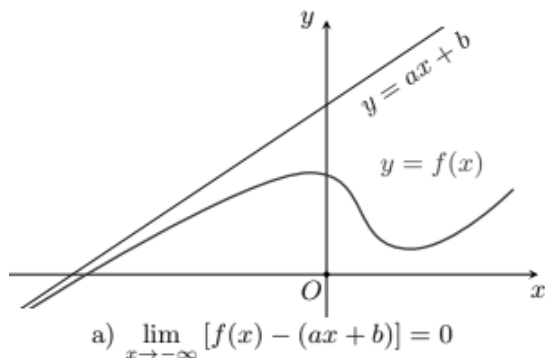
+ Bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty \Rightarrow$ Không có tiệm cận ngang.

② Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$, ($a \neq 0$) được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Để xác định hệ số a và b của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có thể áp dụng công thức sau:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] \text{ hoặc } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax].$$



Đồ thị hàm $y = mx + n + \sqrt{ax^2 + bx + c}$ có các đường tiệm cận là $y = mx + nx \pm \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$.

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN TƯ LUẬN THƯỜNG GẶP

Dạng toán 1: Tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên khi đề bài cho bảng biến thiên hoặc đồ thị hàm số

===== ☆☆☆ =====

- **Tìm đường TCD:** cần tính $\lim_{x \rightarrow a^\pm} y = \pm\infty \longrightarrow$ TCD: $x = a$ (thường $x \neq a$, trong BBT: a tại $\parallel$).
- **Tìm đường TCN:** cần tính $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = m$ (1 số cụ thể) $\longrightarrow y = m$ là tiệm cận ngang.
- **Tìm đường TCX:** cần tính $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ và $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] \longrightarrow y = ax + b$ là tiệm cận xiên.

1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		+
y	2 $\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$ 2

2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	0 $\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$
			$-\infty$	3 $\nearrow$

3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	2	$+\infty$	0 $+\infty$

4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	2	$-\infty$	3	-1 $+\infty$

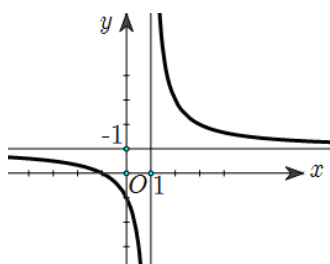
5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	-	
y	$-\infty$	-1	2	-4	3 0

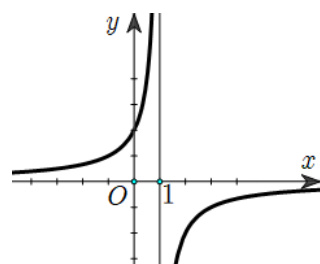
6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	-	
y	$-\infty$	1	$+\infty$	-2	5 -3

7. Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ. Hãy tìm đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho ?



8. Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ. Hãy tìm đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho ?



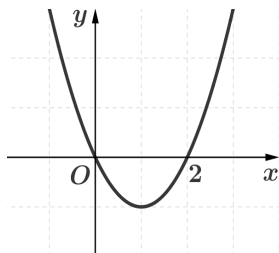
9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tìm tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{10}{f(x) - 2}$.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$	-2 5

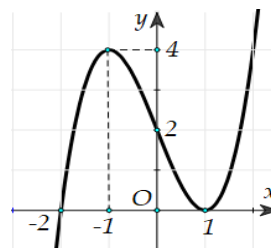
10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tìm tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		0 - 0 +	-	
$f(x)$	-3	4	-1	3	$-\infty$

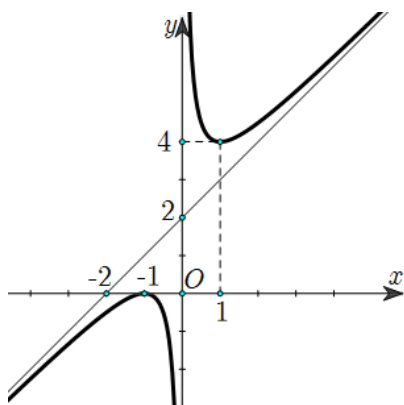
- 11.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Tìm tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x}{f(x)}$.



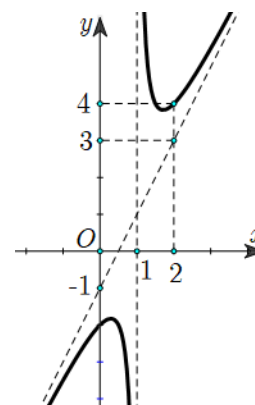
- 12.** Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ. Đồ thị của $g(x) = \frac{x^2 - x}{f^2(x) - 2f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



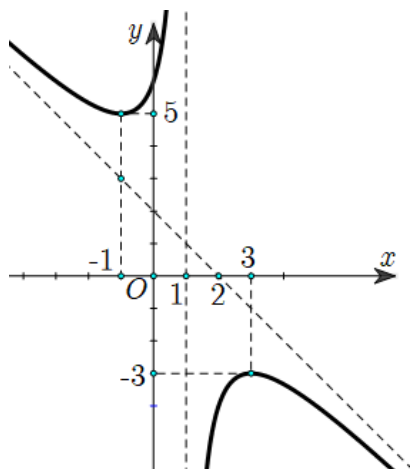
- 13.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, hãy xác định đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. Từ đó hãy chỉ ra hàm số tương ứng với đồ thị.



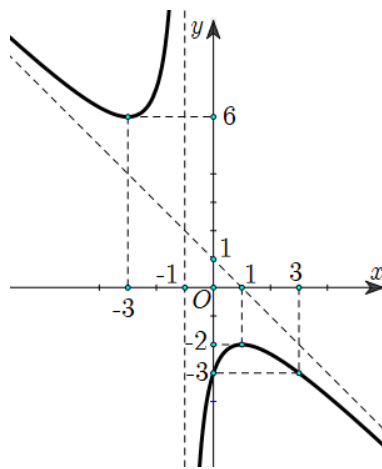
- 14.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, hãy xác định đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. Từ đó hãy chỉ ra hàm số tương ứng với đồ thị.



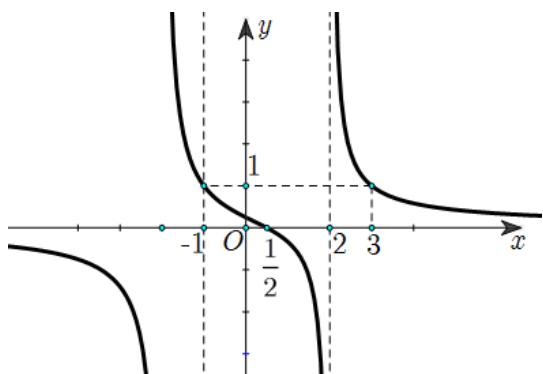
- 15.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$, hãy xác định đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. Xác định hàm số tương ứng.



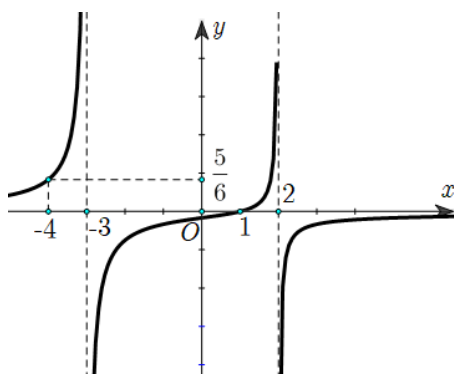
- 16.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$, hãy xác định đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. Xác định hàm số tương ứng.



- 17.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx^2 + dx + e}$ như hình vẽ, hãy xác định đường tiệm cận ngang và các đường tiệm cận đứng. Từ đó hãy chỉ ra hàm số tương ứng với đồ thị.



- 18.** Dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx^2 + cx + d}$ như hình vẽ, hãy xác định đường tiệm cận ngang và các đường tiệm cận đứng. Từ đó hãy chỉ ra hàm số tương ứng với đồ thị.



Dạng toán 2: *Tìm các đường tiệm cận khi đề bài cho hàm số cụ thể*



Bài 1. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số sau:

a) $y = \frac{2x + 1}{x + 1}.$

b) $y = 1 - \frac{x}{2x - 1}.$

c) $y = \frac{x - 3}{x^2 - 9}.$

d) $y = \frac{x + 3}{(x - 1)(x^2 - 6x + 9)}.$

e) $y = \frac{\sqrt{x + 25} - 5}{x^2 + x}.$

f) $y = \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x^2 - x}.$

g) $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}.$

h) $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}.$

i) $y = \frac{\sqrt{4x^2+9}}{x-2}.$

j) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}.$

Bài 2. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị hàm số sau:

a) $y = \frac{x^2+3x+5}{x+2}.$

b) $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}.$

c) $y = \frac{-x^2-2x+5}{x+2}.$

d) $y = \frac{x^3+1}{x^2}.$

e) $y = x + \sqrt{x^2-1}.$

f) $y = \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2-1}}.$

Dạng toán 3: Bài toán thực tế

Bài 1. Giả sử dân số của một huyện X sau t năm kể từ năm 2024 được mô tả hóa bởi hàm số sau đây

$$f(t) = \frac{20t + 5}{t + 2}, \quad (t \geq 0) \text{ (nghìn người).}$$

Dân số của huyện đó luôn tăng nhưng không vượt quá bao nhiêu nghìn người ?

Bài 2. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tính chất này nói lên điều gì ?

Bài 3. Để loại bỏ x % chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{300x}{100 - x}$, (triệu đồng) với $0 \leq x < 100$.

- Chi phí cần bỏ ra sẽ thay đổi như thế nào khi x tăng ?
- Có thể loại bỏ được 100% chất gây ô nhiễm không khí không ? Vì sao ?

Bài 4. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được mô hình hóa theo công thức

$$S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2 + x} \right), \quad (x \geq 1) \text{ (Theo: R. Larson and Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).}$$

- Xem $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- Nêu nhận xét về số lượng sản phẩm được bán của công ty đó trong x (tháng) khi x đủ lớn.

Bài 5. Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x - 1500}{35x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Bài 6. Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

a) Xác định công thức biểu thị $f(t)$ nồng độ muối trong bể sau t phút?

b) Xét hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$. Tìm tiệm cận ngang của hàm số $f(t)$ và nhận xét về nồng độ muối trong bể sau thời t ngày càng lớn.

Bài 7. Một bể chứa 6000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau t phút, tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể (đơn vị gam/lít) là một hàm số $f(t)$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$, coi $t \in [0; +\infty)$.

Bài 8. Một công ty sản xuất đồ chơi ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x^2 + x + 25$ (nghìn đồng). Gọi $f(x)$ là chi phí sản xuất trung bình mỗi sản phẩm. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(t)$, coi $t \in [0; +\infty)$.

Bài 9. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) được mô hình hóa bởi hàm số là $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá t (nghìn đồng). Tìm $t_{\min}$.

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $200 \text{ (m}^2\text{)}$. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x \text{ (m)}$. Gọi $f(x)$ là chu vi của mảnh vườn. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$.

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Một mảnh đất hình thang vuông có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ, có diện tích là $S = 24 \text{ (m}^2\text{)}$. Gọi $x \text{ (m)}$ là độ dài đáy nhỏ và $P(x)$ là chu vi mảnh đất đó. Tìm số tiệm cận của $P(x)$.

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 5m^3 . Chiều cao của bể là 10dm , chiều dài là $x \text{ (m)}$, chiều rộng là $y \text{ (m)}$. Diện tích toàn phần của bể (không kể nắp) là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $\mathcal{D} = a^2 + b^2$.

.....

.....

.....

.....

Bài 13. Để thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 80cm , thể tích là 12800cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/m^2 . Gọi $x \text{ (m)}$ là chiều dài của đáy bể cá và $f(x)$ là hàm số xác định chi phí để hoàn thành bể cá. Xác định các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x)$.

.....

.....

.....

.....

Dạng toán 3: Bài toán tiệm cận liên quan đến hình học (góc, khoảng cách, diện tích,...)

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Tính độ dài đoạn AI với $A(-2;5)$.

.....

.....

Bài 2. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Tính diện tích của tam giác IAB với $A(-1;0)$ và $B(4;-1)$.

.....

.....

Bài 3. Cho hàm số $y = \frac{4x+4}{3-x}$ có đồ thị là (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ một điểm M tùy ý trên (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) .

.....

.....

.....

Bài 4. Cho đường cong $(C): y = \frac{x+a}{x-1}$ và gọi điểm M thuộc (C) . Tính tổng các giá trị của tham số a để tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng $3\sqrt{2} + 2$.

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C) . Tìm giá trị lớn nhất của d có thể đạt được?

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tổng các khoảng cách từ điểm $A(2; -1)$ đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5}{x - 1}$ bằng $a + b\sqrt{2}$. Tính $2a + b$.

.....

.....

.....

Bài 7. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(2; 2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + (m - 2)x - m + 3}{x - 1}$ bằng $\sqrt{5}$.

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ (C). Xác định điểm $A(x_A; y_A)$, ($x_A > 1$) thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ điểm A đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) là nhỏ nhất ?

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : 2x + y + 1 = 0$ tạo với đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{(m + 1)x^2 - (2m + 1)x - m}{x - 2}$ một góc bằng 45° .

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^2 - 3x + m}$ có hai đường tiệm cận đứng và khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đó bằng 5.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN ĐƯỜNG TIỆM CẬN

PHẦN 01. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên bên. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ là

- A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 0.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	-3	5

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $y = -1$.
B. $x = 2$.
C. $y = 2$.
D. $x = -1$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.
B. 1.
C. 3.
D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	3

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $(-2; +\infty) \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

- A. 1.
B. 3.
C. 4.
D. 2.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			+	-
$f(x)$		$-\infty$	$+\infty$	1

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 0.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	0
$f(x)$	3	$-\infty$	2	3

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y = 5$.
B. $x = 1$.
C. $y = -5$.
D. $x = -2$.

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	+	0
$f(x)$	5	3	$+\infty$	-2	1

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.
B. 1.
C. 3.
D. 2.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	0
$f(x)$	2	$-\infty$	$+\infty$	-2

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
B. 1.
C. 0.
D. 2.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -\infty$	$-\infty$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 4.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	0
$f(x)$	0	$\searrow -\infty$	2	$\searrow -2$

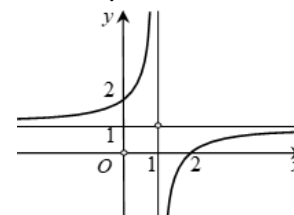
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	0
$f(x)$	1	$\searrow -\infty$	2	$\searrow -3$

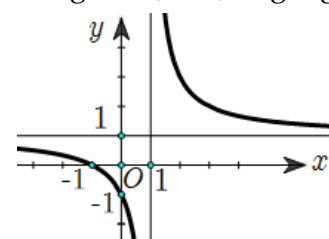
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$.
B. $x = 2$.
C. $y = 2$.
D. $y = 1$.



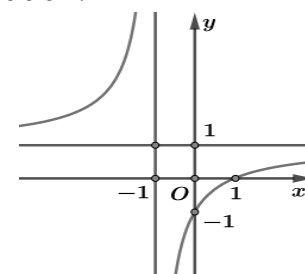
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là

- A. $x = -1$, $y = -1$.
B. $x = 1$, $y = 1$.
C. $x = 1$, $y = -1$.
D. $x = -1$, $y = 1$.



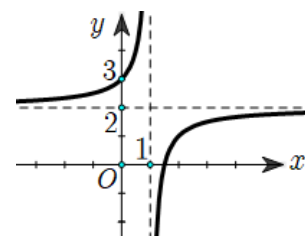
Câu 13. Tìm các số thực a , b để hàm số $y = \frac{ax - 1}{x + b}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới ?

- A. $a = -1$, $b = 1$.
B. $a = 1$, $b = 1$.
C. $a = 1$, $b = -1$.
D. $a = -1$, $b = -1$.



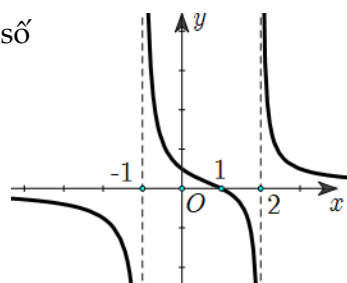
Câu 14. Tìm các số thực a , b để hàm số $y = \frac{ax - 3}{x - b}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới ?

- A. $a = 3$, $b = 1$.
B. $a = 2$, $b = 1$.
C. $a = 2$, $b = -1$.
D. $a = -2$, $b = -1$.



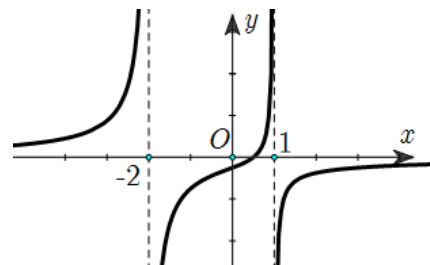
Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.



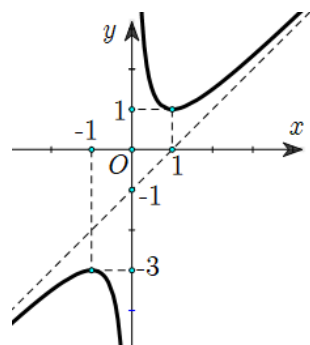
Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Phương trình các đường tiệm cận là

- A. $x + 1 = 0$, $x - 2 = 0$, $y = 0$.
B. $x - 1 = 0$, $x - 2 = 0$, $y = 0$.
C. $x - 1 = 0$, $x + 2 = 0$, $y = 0$.
D. $x + 1 = 0$, $x + 2 = 0$, $y = 0$.



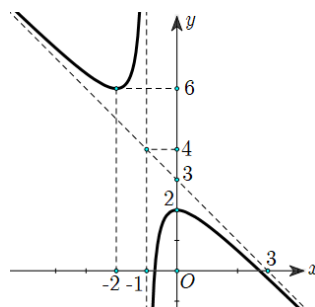
Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Đường tiệm đứng và xiên của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

- A. $x = 0$, $y = x + 1$.
B. $x = 0$, $y = x - 1$.
C. $y = 0$, $y = x + 1$.
D. $y = 0$, $y = x - 1$.



Câu 18. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Đường tiệm đứng và xiên của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

- A. $y = -1$, $y = 3 - x$.
B. $x = -1$, $y = 3 - x$.
C. $x = -1$, $y = x - 3$.
D. $y = -1$, $y = x - 3$.



Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{14}{f(x) + 4}$ là

- A. $y = 0$.
B. $y = 0$ và $y = 2$.
C. $x = 1$ và $x = -1$.
D. $y = 3$.

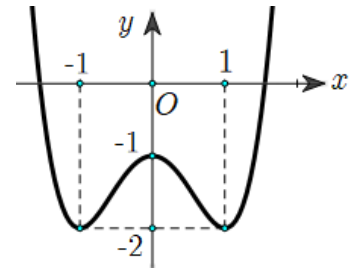
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +		+
$f(x)$	$-\infty \rightarrow$	1	$+\infty \rightarrow$	$+\infty$	3

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 5.**
B. 4.
C. 3.
D. 2.

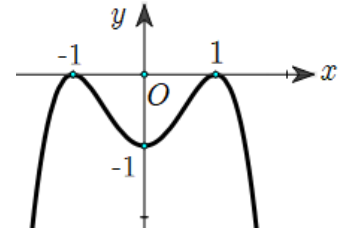
x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$2 \rightarrow$	-2	3	-3	$+\infty$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2024}{f(x) + 1}$ là



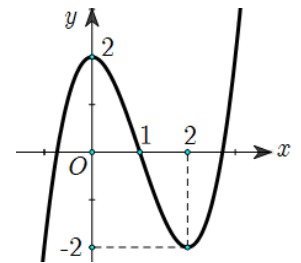
- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.**
- D. 4.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2025}{2f(x) + 1}$ là



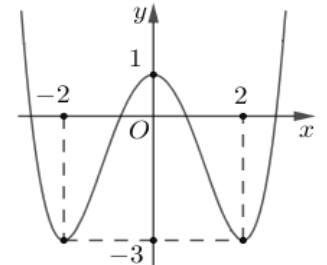
- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.**
- D. 5.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - x}{f^2(x) - 2f(x)}$ là



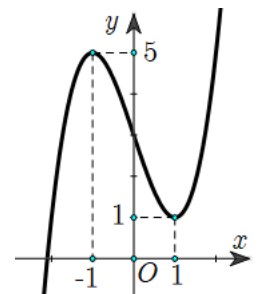
- A. 4.
- B. 2.
- C. 5.**
- D. 6.

Câu 24. Cho hàm số trùng phương $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^3 - 4x}{(f(x))^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



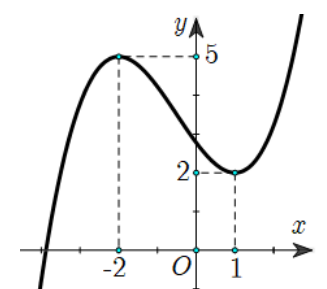
- A. 3.
- B. 5.**
- C. 2.
- D. 4.

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{3^{f(x)} - 3}$ là



- A. 6.
- B. 3.
- C. 4.**
- D. 5.

Câu 26. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2025}{2^{f(x)} - 4}$ là



- A. 6.
- B. 3.
- C. 4.**
- D. 5.

Câu 27. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Câu 28. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$?

A. $x = -3$.

B. $y = -1$.

C. $y = -3$.

D. $x = 2$.

Câu 29. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y = 5$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $y = 0$.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 31. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{6x-1}{3x+3}$ lần lượt có phương trình là

A. $y = 2$ và $x = 1$.

B. $y = 6$ và $x = 3$.

C. $y = 2$ và $x = -1$.

D. $y = 6$ và $x = -1$.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = -3$.

B. $x = 1$ và $y = 2$.

C. $x = -1$ và $y = 2$.

D. $x = 2$ và $y = 1$.

Câu 33. Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ là điểm nào sau đây ?

A. $G(3; -2)$.

B. $F(1; 3)$.

C. $H(-2; 3)$.

D. $E(3; 1)$.

Câu 34. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 35. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 5.

Câu 36. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ là

- A. 3. B. 2.
C. 1. D. 0.

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 3. B. 1.
C. 0. D. 2.

Câu 38. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$?

- A. 2. B. 3.
C. 1. D. 0.

Câu 39. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ là

- A. 3. B. 4.
C. 1. D. 2.

Câu 40. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận xiên ?

- A. $y = x^2 - 2x$. B. $y = x + 1$.
C. $y = \frac{x}{x + 2}$. D. $y = \frac{x^2}{x + 1}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 2$. B. $y = x - 2$.
C. $y = x - 1$. D. $y = 2x - 1$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{1}{2(x - 1)^2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = x - 3$. B. $2y - 1 = 0$.
C. $y = x - 1$. D. $y = x$.

Câu 43. Gọi điểm M là giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = 2x + 1 + \frac{3}{x - 2}$. Tung độ của điểm M là

- A. 5. B. 3.
C. 1. D. 2.

Câu 44. Gọi $M(a; b)$ là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = 3x + 1 - \frac{2}{x + 2}$ và đường thẳng $d : x - y + 3 = 0$. Giá trị biểu thức $\mathcal{D} = 2a + b$ bằng

- A. 5. B. 3.
C. 6. D. -5.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 3}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng nào sau ?

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = 2x - 3$.

D. $y = 2x + 3$.

Câu 46. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ là

A. $y = x + 2$.

B. $y = x - 2$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = x - 1$.

Câu 47. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Tính $a + 2b$.

A. 7.

B. 4.

C. -4.

D. -7.

Câu 48. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ đi qua điểm nào sau đây ?

A. (1;2).

B. (1;1).

C. (1;-1).

D. (1;0).

Câu 49. Xác định tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

A. (1;2).

B. (1;1).

C. (1;-1).

D. (1;0).

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 1}{x - 2}$. Tọa độ giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. (-2;3).

B. (2;1).

C. (2;-1).

D. (3;2).

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 16}{x}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. 8.

B. 16.

C. 4.

D. 12.

Câu 52. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ cắt trục hoành và trục tung theo thứ tự lại hai điểm A, B. Khi đó diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 53. Gọi d_1 , d_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(2;-2)$ đến đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = -x + 1 - \frac{4}{x + 1}$. Biểu thức $\mathcal{D} = d_1 + 4d_2^2$ có giá trị bằng

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

PHẦN 02. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

☆☆☆

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	–	–	0	+
$f(x)$	1	2	–3	$+\infty$

- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = 0$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
c) $M(3; -3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$.
d) Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 3$.

☐
☐
☐
☐
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	1	$+\infty$	

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ không có đường tiệm cận.
c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng 3.
d) Bất phương trình $f'(2x - 17) \leq 0$ có tập nghiệm chứa đúng 2 số nguyên.

☐
☐
☐
☐
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			$+$	$-$
$f(x)$		0	$+\infty$	1

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = [-2; +\infty)$.
b) Hàm số $f(x)$ có đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
c) Đồ thị $f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -2$, $x = 0$ và không có tiệm cận ngang.
d) Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f(x^2 + x) > f(99x)$ là 97.

☐
☐
☐
☐
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ và có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	–1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	–	–
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	2	3	$-\infty$

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[2; +\infty)$ bằng 3. ☐
- b) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị. ☐
- c) Hàm số $g(x) = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. ☐
- d) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $h(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$ là 7. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$. ☐
- b) Đồ thị (C) có đúng 2 đường tiệm cận. ☐
- c) Đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + x$ có tiệm cận xiên là $y = x - 2$. ☐
- d) Gọi M là điểm tùy ý thuộc (C) và d là tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận của (C) . Giá trị nhỏ nhất của d bằng $2\sqrt{2}$. ☐

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 4\}$. ☐
- b) $x = \pm 4$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho. ☐
- c) $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. ☐
- d) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận xiên. ☐

.....

.....

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 1}$.

- a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -1$. ☐
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$. ☐
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = 5$. ☐
- d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = 2x + 3$. ☐

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3}$ có đồ thị là (C) .

- a) $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x + 3}, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. ☐
- b) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang. ☐
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$. ☐
- d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$. ☐

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{1 - 3x^2}{x^2 - 6x + 9}$.

- a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị. ☐
- b) Đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận ngang. ☐
- c) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng. ☐
- d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị là $y = 3x - 3$. ☐

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$.

- a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận ngang. ☐
- b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$. ☐
- c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị trái dấu. ☐
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị cùng với 2 trục tọa độ tạo thành một tam giác cân. ☐

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng. ☐
- b) Đồ thị (C) có đúng 1 tiệm cận xiên. ☐
- c) Đồ thị (C) có đúng 2 tiệm cận ngang. ☐
- d) Đồ thị (C) có tất cả 3 đường tiệm cận. ☐

.....

.....

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x+2}}{x-1}$.

- a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên. ☐
- b) Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y = 1, y = -1$. ☐
- c) Đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận. ☐
- d) Các đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục tung Oy tạo thành một đa giác có diện tích bằng 1. ☐

.....

.....

.....

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có đồ thị là (C) .

- a) $x = 4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) . ☐
- b) $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) . ☐
- c) $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C) . ☐
- d) $y = x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) . ☐

.....

.....

.....

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x-1}$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số và I là giao điểm của d_1 và d_2 .

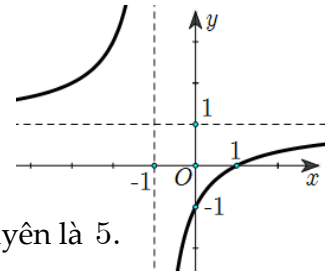
- a) Điểm I nằm trên đường thẳng $\Delta : x + 3y + 5 = 0$. ☐
- b) Góc giữa đường thẳng d_2 và trục hoành Ox bằng 45° . ☐
- c) Độ dài đoạn $OI = 5$ (với O là gốc tọa độ). ☐
- d) Đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(4;1)$. ☐

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 2}$. Gọi Δ_1 và Δ_2 lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số, I là giao điểm của Δ_1 và Δ_2 .

- a) Điểm I cách đường thẳng $\Delta : x + 3y - 1 = 0$ một khoảng bằng 10. ☐
- b) Góc giữa đường thẳng Δ_2 và đường thẳng $d : x - 3y + 2 = 0$ bằng 45° . ☐
- c) Độ dài đoạn thẳng $MI = 5$ với $M(-1; -1)$. ☐
- d) Diện tích tam giác IAB bằng 10 với $A(1; 1)$ và $B(-2; 5)$. ☐

Câu 16. Biết hàm số $f(x) = \frac{x + a}{x + 1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$. ☐
- b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là $I(-1; 1)$. ☐
- c) Điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(|x|)$ là $x = 0$. ☐
- d) Số đường thẳng cắt đồ thị $f(x)$ tại những điểm tọa độ nguyên là 5. ☐



Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đã cho luôn đồng biến trên những khoảng xác định của nó. ☐
- b) Đồ thị (C) nhận điểm $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng. ☐
- c) Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt có độ dài bằng $4\sqrt{5}$. ☐
- d) Gọi $M \in (C)$ là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Khi đó tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4. ☐

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{2x-3}$.

- a) Tiệm cận đứng của hàm số $f(x)$ là $2x-3=0$. ☐
- b) Tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận thuộc đường thẳng $d: x-y-1=0$. ☐
- c) Đường thẳng $\Delta: 2x+y-1=0$ cắt tiệm cận đứng và ngang tại các điểm A và B . Diện tích của tam giác IAB bằng 6, với I là giao điểm hai đường tiệm cận. ☐
- d) Khoảng cách từ điểm I đến một tiếp tuyến bất kỳ thuộc đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{2}$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2+2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x=1$. ☐
- b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$. ☐
- c) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 4 điểm có tọa độ nguyên. ☐
- d) Giả sử đường thẳng $d: y=mx-m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B đồng thời tam giác ABC vuông tại $C(-2;0)$. Khi đó, tổng các giá trị của m bằng 9. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2-3x+m+1}{x-1}$, với m là tham số.

- a) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang. ☐
- b) Với $m=-3$ thì đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng. ☐
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y=4-x$. ☐
- d) Với $m=3$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Số dân của thị trấn x năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(x) = \frac{26x + 10}{x + 5}$, ($f(x)$: được tính bằng nghìn người).

a) Hàm số $f(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. ☐

b) Số dân của thị trấn năm 2025 là sắp si 24 (nghìn người). ☐

c) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 28$. ☐

d) Số dân trong thị trấn không vượt quá 28 nghìn người. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Để loại bỏ $p\%$ một loài tảo độc ra khỏi một hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là được mô hình hóa bằng hàm số $C(p) = \frac{45p}{100 - p}$ (triệu đồng) với $0 \leq p < 100$.

a) Đồ thị của hàm số $C(p)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $p = 100$. ☐

b) Để loại bỏ 100% tảo độc ra khỏi hồ nước thì chi phí bỏ ra là không lớn. ☐

c) Đồ thị của hàm số $C(p)$ có tâm đối xứng là điểm $I\left(100; \frac{45}{100}\right)$. ☐

d) Với điểm M bất kì thuộc đồ thị hàm số $C(p)$ thì tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $C(p)$ bằng 45. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Số lượng xe máy điện bán được của một cửa hàng bán xe máy điện trong địa bàn thành phố Hồ Chí Minh trong tháng thứ x được tính theo công thức $f(x) = 50 - \frac{30}{2 + x}$, trong đó $x \geq 1$.

a) Số lượng xe máy điện của cửa hàng được bán ra trong tháng đầu là 40 xe. ☐

b) Từ tháng thứ ba trở đi thì số lượng xe bán ra trong tháng đạt mức lớn hơn hoặc bằng 45 xe/tháng. ☐

c) Nếu xem $y = f(x)$ là một hàm số xác định trên $[1; +\infty)$ thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $y = 0$. ☐

d) Khi x càng lớn thì số lượng xe bán ra càng tiến gần đến mức 50 xe/tháng. ☐

.....

.....

.....

Câu 24. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)$ %.

- a) Hàm số $f(x)$ là $f(x) = \frac{100(x + 200)}{x + 30}$. ☐
- b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$. ☐
- c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%. ☐
- d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100. ☐

.....

.....

.....

Câu 25. Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối cho một lít nước với tốc độ 20 lít/phút.

- a) Sau một giờ bơm thì khối lượng muối trong bể là 30kg. ☐
- b) Thể tích lượng nước trong bể sau thời gian t phút là $3000 + 20t$ lít. ☐
- c) Giả sử nồng độ muối trong nước trong bể sau t phút được xác định bởi một hàm số $f(t)$ trên $[0; +\infty)$ (gam/ lít) thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(t)$ là đường thẳng $y = 20$. ☐
- d) Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến 25 gam/lít. ☐

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144m^2 . Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m) (với $x > 0$).

- a) Biểu thức chu vi của mảnh vườn là $P(x) = \frac{288}{x} + 2x$. ☐
- b) Chu vi mảnh vườn khi $x = 12$ là 122. ☐
- c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $P(x)$ là đường thẳng $d_1 : x - 144 = 0$. ☐
- d) Tiệm xiên của đồ thị hàm số $P(x)$ là đường thẳng $d_2 : y = 2x$. ☐

.....

.....

.....

.....

PHẦN 03. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

☆☆☆

Câu 1. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Số lượng sản phẩm của công ty đó trong x (tháng) không vượt quá bao nhiêu khi x đủ lớn ?

Trả lời:

Câu 2. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào / giờ. Theo mô hình này, với quần thể nấm men lâu dài thì số lượng tế bào tăng không vượt quá bao nhiêu ?

Trả lời:

Câu 3. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 400m^2 . Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x + 4$ (m). Gọi biểu thức tính chu vi $f(x)$ (mét) của mảnh vườn là một hàm số, đồ thị hàm số $f(x)$ có phương trình đường tiệm cận đứng là $x = a$ và đường tiệm cận xiên có phương trình $y = bx + c$. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 2a + b - 3c$ bằng bao nhiêu ?

Trả lời:

Câu 4. Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là x (m), y (m) với $x > 2$ và $y > 2$ và diện tích bằng 10m^2 , người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao bằng 1 m. Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \frac{5}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

Trả lời:

Câu 5. Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 5m^3 . Chiều cao của bể là 10dm , các kích thước khác là x (m), y (m) với $x > 0$ và $y > 0$. Diện tích toàn phần của bể (không kể nắp) là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $\mathcal{D} = a^2 + b^2$.

Trả lời:

Câu 6. Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 1m^3 . Chiều cao của bể là 5dm , các kích thước khác là x (m), y (m) với $x > 0$ và $y > 0$. Diện tích toàn phần của bể (không kể nắp) là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $\mathcal{D} = a^2 + b^2$.

Trả lời:

Câu 7. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) được mô hình hóa theo hàm số $y = C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v$ với $v \in (0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = C(v)$ có tiệm cận xiên dạng $y = \frac{a}{b}v$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản và $b \neq 0$). Tính $a + b$.

Trả lời:

Câu 8. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) được mô hình hóa bởi $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá t (nghìn đồng). Tìm $t_{\min}$.

Trả lời:

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$ có đồ thị (C) . Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là đường thẳng $d : y = ax + b$. Tính $\mathcal{D} = a + b$.

Trả lời:

Câu 10. Biết đồ thị hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{3x - 5} + ax + b}{(x - 2)^2}$ không có tiệm cận đứng. Tính $\mathcal{D} = -\frac{a}{b}$.

Trả lời:

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 - 3x}$. Tìm số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Trả lời:

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Hai đường tiệm cận của đồ thị (C) cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình thang vuông có diện tích S . Tính S .

Trả lời:

Câu 13. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 2)}{f(x) - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang ?

Trả lời:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	1	$-\infty$

D. 02 ĐỀ RÈN LUYỆN TIỆM CÂN



ĐỀ SỐ 01

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = -1$ và tiệm cận đứng $x = 1$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiệm cận ngang là các đường $y = 1$ và $y = -1$.

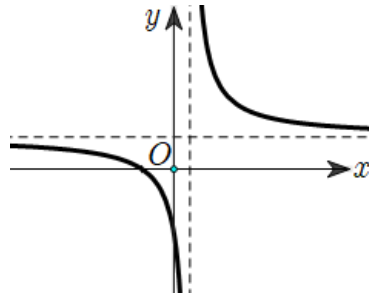
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $(-2; +\infty) \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			+	-
$f(x)$			$+\infty$	0

- A. 1.
 B. 3.
 C. 4.
 D. 2.

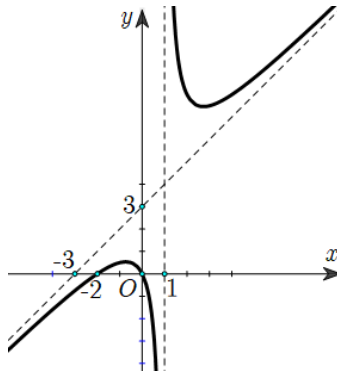
Câu 3. Biết hàm số $y = \frac{2x+a}{2x-1}$ ($a \in \mathbb{R}$, $a \neq -1$) có đồ thị bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $y' < 0$, $\forall x \neq \frac{1}{2}$.
 B. $y' < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 C. $y' > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 D. $y' > 0$, $\forall x \neq \frac{1}{2}$.



Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = x + 3 + \frac{2}{x-1}$.
 B. $y = x + 3 - \frac{2}{x-1}$.
 C. $y = x + 4 + \frac{2}{x-1}$.
 D. $y = x + 3 + \frac{3}{x-1}$.



Câu 5. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 3}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = 2x + 3$.

Câu 7. Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

- A. $I_1(1;2)$. B. $I_2(1;1)$. C. $I_3(1;-1)$. D. $I_4(1;0)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận xiên ?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = \frac{x+2}{x^2}$. C. $y = \frac{x}{x+2}$. D. $y = \frac{x^2}{x+1}$.

Câu 9. Số tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{4x^2 - x + 3}$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax+12}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Hỏi b có thể nhận giá trị nguyên lớn nhất bằng bao nhiêu ?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-3	$+\infty$	$-\infty$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{ax+c}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số trên với hai trục tọa độ, khi đó diện tích của tam giác OAB bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên phù hợp với hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	-	
y	3	$+\infty$	2	$-\infty$	

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathcal{D} = (-\infty;1) \setminus \{-1\}$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
 b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x = 0$.
 c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có 3 tiệm cận đứng là $x = 0, x = \pm 1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 3$.
 d) Bất phương trình $f'(\log x - 1) \leq 0$ có tập nghiệm chứa đúng 90 số nguyên.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad - bc \neq 0$ và $c \neq 0$) có bảng biến thiên phù hợp hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

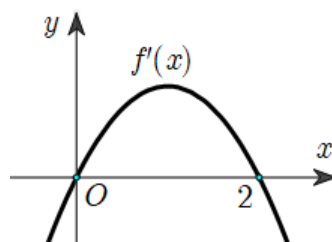
- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -2$.
 c) Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua hai điểm $M(x_0; 1)$ và $N(1; 3)$, khi đó $x_0 = -5$.
 d) Trên khoảng $(0; 30)$, bất phương trình $f(\ln x) > 3$ có tập nghiệm là chứa 9 số nguyên.

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$, [$f(t)$ được tính bằng nghìn người] (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, Nxb Gd Việt Nam, 2000).

- a) số dân của thị trấn đó sau 10 năm là 18.000 người.
 b) Số dân thị trấn đó vào năm 2025 là 24.000 người.
 c) Xem $f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $f(t)$ có tiệm cận ngang là $y = 26$.
 d) Đạo hàm của hàm số $y = f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 1990 thì tốc độ tăng dân số là 0,129 nghìn người trên /năm.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = -1$, $f(2) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Biết đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$ và $h(x) = \frac{2025}{f(x) - m}$ (m : tham số).



- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 b) Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 2.
 c) Đồ thị hàm số $g(x)$ có tổng số đường tiệm cận ngang và đứng là 3.
 d) Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $h(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x - 1500}{35x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào ? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Câu 2. Để thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 80cm, thể tích là 12800cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/ m^2 . Gọi x (m) là chiều dài của đáy bể cá với ($x > 0$), $f(x)$ là hàm số xác định chi phí để hoàn thành bể cá. Biết trong các đường tiệm cận của đồ thị hàm số có một đường tiệm cận có dạng $y = ax + b$ với $a \neq 0$, khi đó biểu thức $\mathcal{D} = \frac{a}{100} + \frac{b}{100}$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

- Câu 3.** Một bể ban đầu chứa 150 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 50 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan). Đặt $f(t)$ gam/lít là nồng độ chất khử trùng trong bể sau t phút ($t \geq 0$), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(t)$, ta thấy giá trị $f(t)$ tăng theo t nhưng không vượt ngưỡng p gam/lít. Tìm số p (kết quả thể hiện dưới dạng số thập phân và làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).
- Câu 4.** Một cốc chứa 40 (ml) dung dịch KOH với nồng độ 100 (mg/ml). Một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 7 (mg/ml) được trộn vào cốc. Kí hiệu $C(x)$ là nồng độ KOH trong cốc sau khi trộn x (ml) từ bình chứa. Gọi C_0 (mg/ml), (với $C_0 \in \mathbb{N}$) là giá trị lớn nhất không vượt quá $C(x)$, $\forall x \geq 0$. Giá trị C_0 bằng bao nhiêu ?
- Câu 5.** Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ $A(2;2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + (m-2)x - m + 3}{x-1}$ bằng $\sqrt{5}$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (C) . Tìm giá trị lớn nhất của d có thể đạt được ? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Câu	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

Câu	1	2	3	4	5	6

ĐỀ SỐ 02

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án)

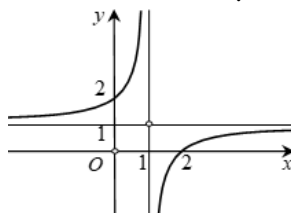
- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào đúng ?
- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang $y = 2$.
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 0$.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ và không có tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số tiệm cận đứng là $x = 0$, tiệm cận ngang là $y = 2$.
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Số đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 0.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	3	2	-3	3

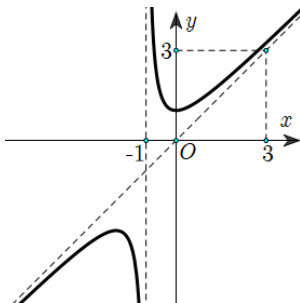
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$.
B. $x = 2$.
C. $y = 2$.
D. $y = 1$.



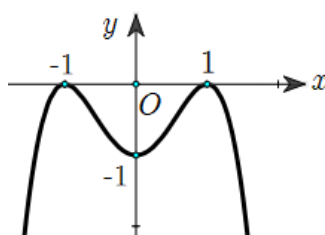
Câu 4. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên là

- A. $x = -1$.
B. $x = \frac{y}{2}$.
C. $y = \frac{1}{2}x$.
D. $x - y = 0$.



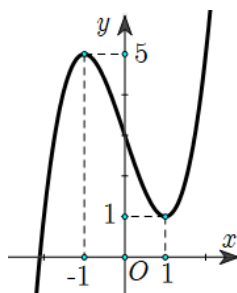
Câu 5. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2}{2f(x) + 1}$ là

- A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.



Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{2^{2f(x)} - 4}$ là

- A. 6.
B. 3.
C. 4.
D. 5.



Câu 7. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $y = -\frac{1}{2}$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có đường tiệm cận xiên ?

- A. $f(x) = x - \frac{4\sqrt{x}}{x}$. B. $f(x) = x + \frac{2026}{x}$. C. $f(x) = x + \frac{1}{2^x}$. D. $f(x) = 1 + \frac{2027}{x}$.

Câu 9. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ cắt trục hoành và trục tung theo thứ tự lại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 10. Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị của $a-b-c$ thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(-1;0)$. B. $(-2;-1)$.
C. $(1;2)$. D. $(0;1)$.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Câu 12. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 100m^2 , hình chữ nhật này có một cạnh là x . Gọi $P(x)$ là chu vi (mét) của mảnh vườn hình chữ nhật đó. Tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = P(x)$ lần lượt là

- A. $x = 10, y = x$. B. $x = 0, y = 2x$. C. $x = 20, y = x$. D. $x = 10, y = 2x$.

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai)

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$.

- a) Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.
b) Trên đoạn $[1;2]$, giá trị lớn nhất nhất của hàm số $f(x)$ bằng $f(1)$.
c) Đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 9.
d) Tích khoảng cách từ một điểm bất kì trên đồ thị đến các đường tiệm cận bằng 7.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x+6}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và xiên, chỉ có tiệm cận ngang là trục hoành Ox .
b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
c) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -4$.
d) Đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) vuông góc với đường thẳng $\Delta : (2m+3)x + my + 2 = 0$ khi giá trị của $m = 3$.

Câu 3. Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

- a) Sau 10 phút bơm số lượng muối trong bể là 300 gam.
b) Nếu bơm trong một giờ đồng hồ thì số lượng muối trong bể không vượt quá 2 kg.
c) Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, (đơn vị: gam/lít) là $f(t) = \frac{30t}{200+t}$.
d) Khi t đủ lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít).

- Câu 5.** Gọi (C) là đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{mx^2 + (3 - m)x + m^2 - 2}{x - 1}$ với m là tham số. Gọi d là đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
- Khi $m = 2$ thì d có phương trình là $y = 2x + 3$.
 - Khi $m = 1$ thì d đi qua điểm $A(1; 4)$.
 - Có đúng 2 đường thẳng d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 9.
 - Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d bằng $\sqrt{3}$ thì $m = \sqrt{5}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

- Câu 1.** Một công ty sản xuất đồ chơi ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x^2 + x + 25$ (nghìn đồng). Gọi $f(x)$ là chi phí sản xuất trung bình mỗi sản phẩm. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$, xem $x \in [0; +\infty)$ có dạng $y = ax + b$, khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu ?
- Câu 2.** Một bể chứa 6000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau t phút, tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể (đơn vị gam/lít) là một hàm $f(t)$. Khi thời gian tăng thì tỉ số này tăng lên nhưng không vượt quá bao nhiêu ?
- Câu 3.** Một tác giả muốn xuất bản một cuốn sách Toán học. Biết phí xuất bản là 7 triệu đồng và giá tiền in mỗi cuốn sách là 50000 đồng. Gọi t ($t \geq 1$) là số cuốn sách sẽ in và $f(t)$ (đơn vị nghìn đồng) là chi phí trung bình của mỗi cuốn sách. Khi đó, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y = a$. Tìm a .
- Câu 4.** Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được mô hình hóa bởi hàm số $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ (đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng. Gọi $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường $y = ax + b$. Khi đó hãy tìm $a + b$.
- Câu 5.** Một mảnh đất hình thang vuông có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ, có diện tích là 24m^2 . Gọi x (m) là độ dài đáy nhỏ và $P(x)$ là chu vi mảnh đất đó. Biết rằng đồ thị hàm số $y = P(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = a$ và một đường tiệm cận xiên là $y = bx + c$. Tính $a + b + c$.
- Câu 6.** Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: 2x + y + 1 = 0$ tạo với đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{(m + 1)x^2 - (2m + 1)x - m}{x - 2}$ một góc bằng 45° (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

PHẦN TRẢ LỜI CỦA HỌC SINH

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

<u>Câu</u>	1	2	3	4
a)				
b)				
c)				
d)				

<u>Câu</u>	1	2	3	4	5	6

§ 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Các bước khảo sát đồ thị hàm số cơ bản

- **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số.
- **Bước 2.** Xét sự biến thiên của hàm số.
 - + Tìm đạo hàm y' . Tìm các điểm mà đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
 - + Tính các giới hạn và tìm tiệm cận (nếu có) của đồ thị hàm số.
 - + Lập bảng biến thiên của hàm số và kết luận đơn điệu và cực trị (nếu có).
- **Bước 3.** Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số.
 - + Vẽ các đường tiệm cận (nếu có) của đồ thị hàm số.
 - + Ta có thể tìm một số điểm đặc biệt thuộc đồ thị hàm số như giao điểm của đồ thị với trục hoành, trục tung (nếu việc tìm này đơn giản),.....

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

☆☆☆

1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải tham khảo

- Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

- Sự biến thiên:

$$\text{Tính } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2.$$

$$\text{Giới hạn: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty.$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$,

$(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, $y_{\text{CD}} = 2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$, $y_{\text{CT}} = -2$.

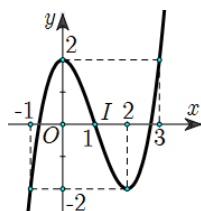
- Đồ thị:

Bảng giá trị:

x	-1	0	1	2	3
y	-2	2	0	-2	2

$$\text{Tính } y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0 \text{ nên}$$

đồ thị có tâm đối xứng (điểm uốn) là $I(1; 0)$.



2) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$.

3) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải tham khảo

• Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

• Sự biến thiên:

Tính $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Hàm số đồng

biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$.

Hàm số không có điểm cực trị.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$

là tiệm cận ngang và $\lim_{x \rightarrow -1^\pm} y = \mp\infty \Rightarrow x = -1$

nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

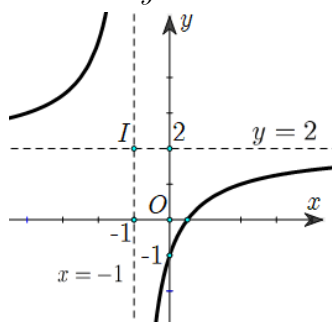
• Đồ thị:

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

và giao với trục Oy tại điểm $(0; -1)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 2)$, là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = 2$.



4) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

5) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1} = x-1 + \frac{1}{x-1}$.

• Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Sự biến thiên:

Tính $y' = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

6) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x-x^2}{x+2}$.

Giới hạn và tiệm cận:

Tiệm cận đứng:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tiệm cận xiên:

$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - x] = -1$ nên đường thẳng $y = x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y						

Diagram illustrating the mapping of y' to y :

- From $y' = 0$ to $y = -2$
- From $y' = -$ to $y = -\infty$
- From $y' = -$ to $y = 2$
- From $y' = 0$ to $y = +\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

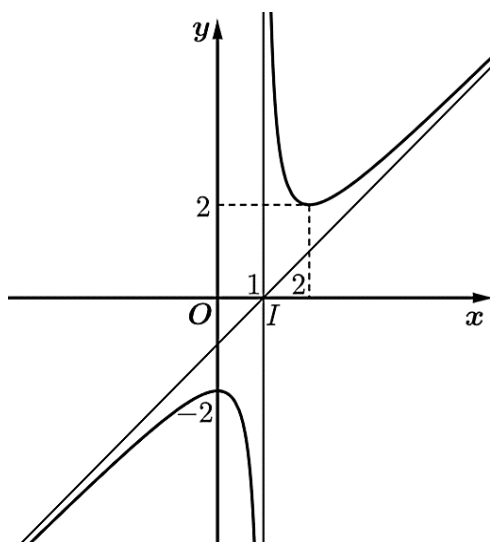
Hàm số có điểm cực đại là $x = 0$, giá trị cực đại $y_{\text{CD}} = -2$; hàm số có điểm cực tiểu $x = 2$, giá trị cực tiểu $y_{\text{CT}} = 2$.

- Đồ thị:

Bảng giá trị:

x	-1	0	2	3
y	$-\frac{5}{2}$	-2	2	$\frac{5}{2}$

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(1; 0)$, I là giao điểm hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

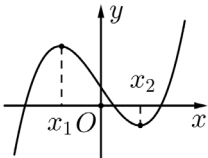
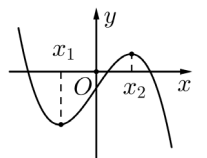
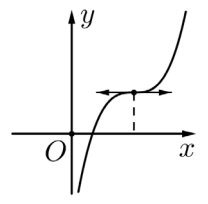
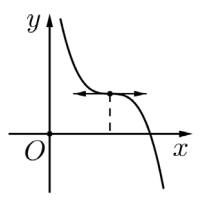
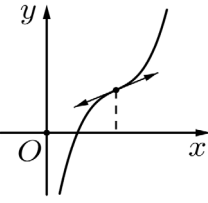
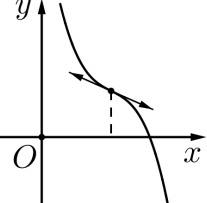
Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 1$ và $y = x - 1$.

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN VỀ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

PHẦN 01. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

☆☆☆

Nhóm 1. Nhận dạng đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt	 $\Delta_{y'} > 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$	 $\Delta_{y'} > 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép.	 $\Delta_{y'} = 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac = 0$	 $\Delta_{y'} = 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac = 0$
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.	 $\Delta_{y'} < 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac < 0$	 $\Delta_{y'} < 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac < 0$

☛ Nhận xét:

- ❖ Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và $y'' = 6ax + 2b$. Khi đó $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$.
- ❖ Đồ thị của hàm số bậc ba luôn nhận điểm $I(x_0; y_0)$ làm tâm đối xứng, trong đó $x_0 = -\frac{b}{3a}$ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ và $y_0 = y(x_0)$. Điểm $I(x_0; y_0)$ được gọi là **điểm uốn** của đồ thị này, nó cũng là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị (nếu có).

☛ Các bước nhận dạng và xét dấu đồ thị hàm số bậc ba:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP THỰC HÀNH

Câu 1. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Câu 2. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 3. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 + 3x + 2$.

B. $y = x^3 + 9x^2 + 27x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 6$.

D. $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

Câu 4. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 - x^2 + 2x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Câu 5. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

C. $y = -2x^4 - 3x^2 + 12$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	20	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 6. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 6x - 2$.

B. $y = -3x^3 + 9x^2 - 2$.

C. $y = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 2$.

D. $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Câu 7. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

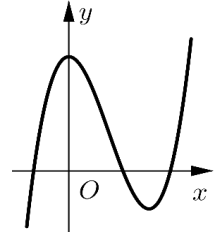
Câu 8. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3.$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3.$

C. $y = x^3 - 3x + 3.$

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3.$



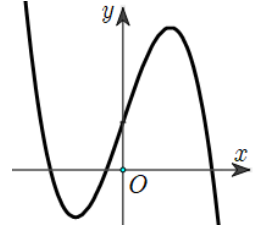
Câu 9. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x + 1.$

C. $y = x^3 - 3x + 1.$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$



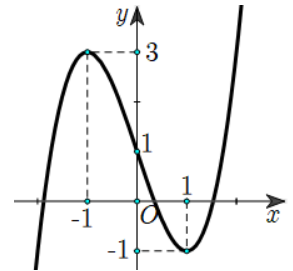
Câu 10. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 - 3x + 1.$

B. $y = x^3 - 3x - 1.$

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1.$

D. $y = x^3 + 3x^2 + 1.$



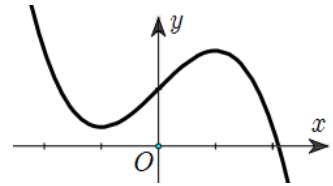
Câu 11. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

C. $y = x^3 - 2x + 1.$

D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1.$



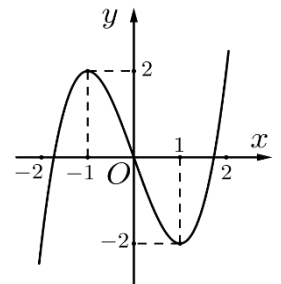
Câu 12. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 + 3x.$

B. $y = x^3 - 3x.$

C. $y = -x^3 + 2x.$

D. $y = -x^3 - 2x.$



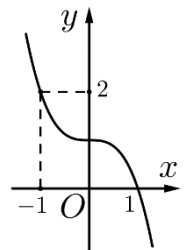
Câu 13. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = -x^3 + 1.$

B. $y = -2x^3 + x^2.$

C. $y = 3x^2 + 1.$

D. $y = -4x^3 + 1.$



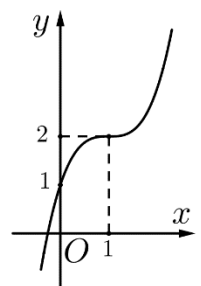
Câu 14. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

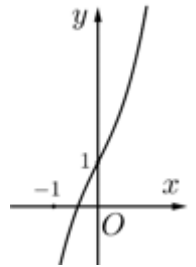
C. $y = x^3 - 3x + 1.$

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1.$



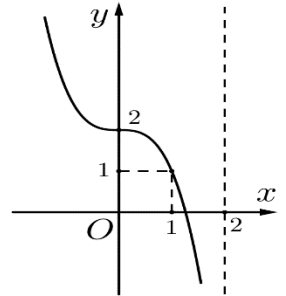
Câu 15. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = x^3 + 2x + 1$.
- B. $y = x^3 - 2x + 1$.
- C. $y = -x^3 + 2x + 1$.
- D. $y = -x^3 - 2x + 1$.



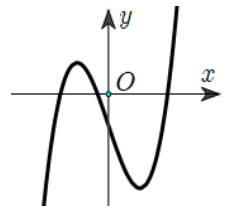
Câu 16. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = -x^3 + 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x + 2$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.
- D. $y = -x^3 + 2$.



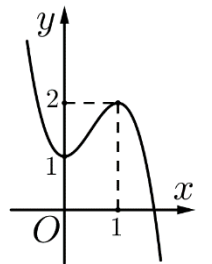
Câu 17. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x - 1$.
- C. $y = x^3 - 3x - 1$.
- D. $y = x^3 + 3x - 1$.



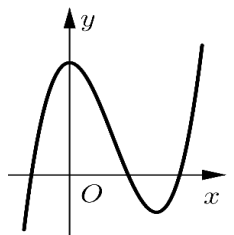
Câu 18. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.
- B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
- C. $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$.
- D. $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$.



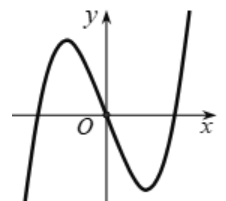
Câu 19. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
- B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
- C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
- D. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

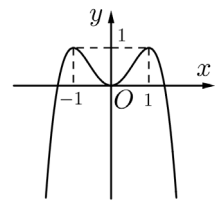
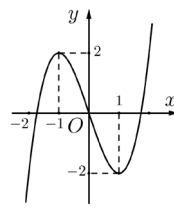
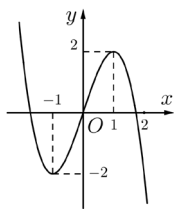
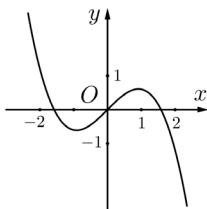


Câu 20. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x$.
- C. $y = x^3 + 3x$.
- D. $y = x^3 - 3x$.



Câu 21. Hàm số $y = -x^3 + 3x$ có đồ thị là hình nào trong các hình dưới đây ?



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

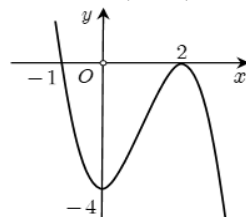
Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là

A. $(-4; 0)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; -4)$.

D. $(0; 2)$.



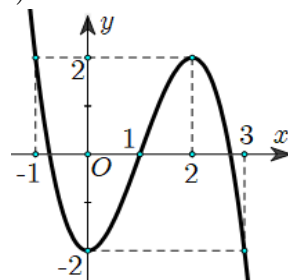
Câu 23. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) đạt cực trị tại hai điểm $x = 0, x = 2$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $f(x) = f(a + b + c - 2)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.



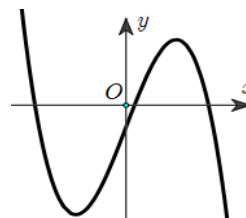
Câu 24. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$, ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?

A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a < 0, d < 0$.

D. $a > 0, d < 0$.



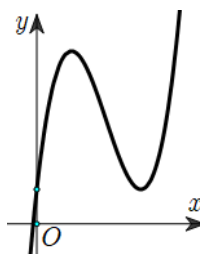
Câu 25. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



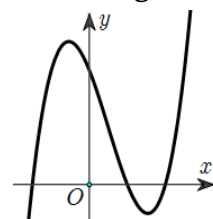
Câu 26. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào **đúng**?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



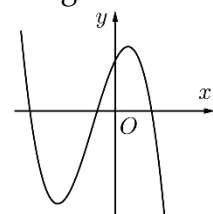
Câu 27. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào **đúng**?

A. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

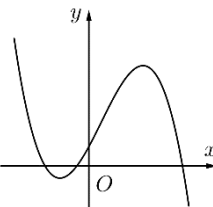
D. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.



Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào **đúng**?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

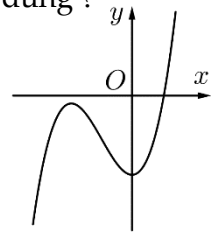
B. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



- C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

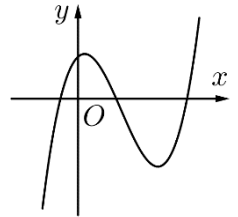
Câu 29. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào đúng ?

- A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.
B. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.



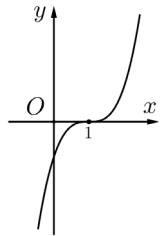
Câu 30. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào đúng ?

- A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



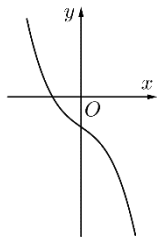
Câu 31. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào đúng ?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



Câu 32. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào đúng ?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
B. $a < 0, b = 0, c > 0, d < 0$.
C. $a < 0, b = 0, c < 0, d < 0$.
D. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.



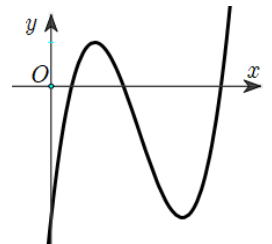
Câu 33. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ có bảng xét dấu đạo hàm bên dưới. Mệnh đề nào đúng ?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0$.
D. $a > 0, b > 0, c > 0$.

x	$-\infty$	x_1	x_2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 34. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số dương ?

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 0.



Câu 35. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên bên dưới. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2.
B. 1.

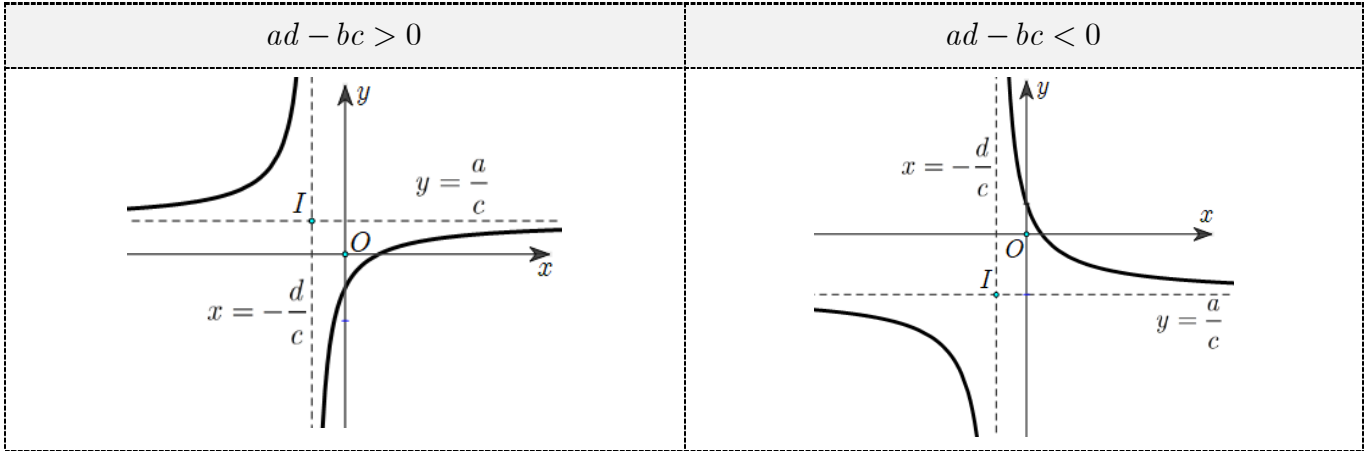
x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$		

C. 3.

D. 4.

Nhóm 2. Nhận dạng đồ thị hàm số nhất biến $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$).

☆☆☆



☛ **Nhận xét:** Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$).

- ❖ Có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.
- ❖ Nhận giao điểm của hai đường tiệm cận $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ làm tâm đối xứng.
- ❖ Nhận 2 đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.

☛ **Các bước nhận dạng và xét dấu đồ thị hàm số nhất biến:**

.....

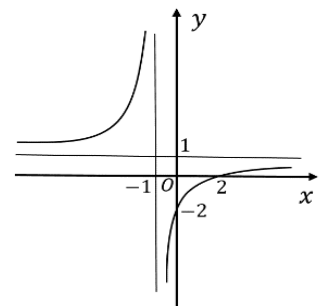
.....

.....

.....

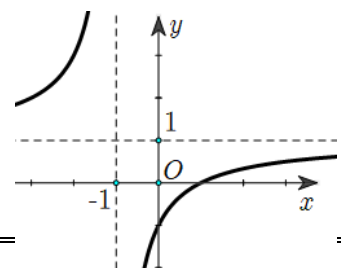
Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$.
- B. $(2; 0)$.
- C. $(-2; 0)$.
- D. $(0; 2)$.



Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A. 2.
- B. 0.



C. 1.

D. 3.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 39. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x + 21}{1 + x}$.

C. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x - 1}{2x + 1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

Câu 40. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x + 5}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x - 5}{x - 2}$.

C. $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$.

D. $y = \frac{4x - 6}{x - 2}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 41. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x - 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x + 3}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

D. $y = \frac{x}{1 - x}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 42. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x + 2}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 43. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên ?

A. $y = \frac{-x - 3}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x + 3}{x - 1}$.

C. $y = \frac{-x - 2}{x - 1}$.

D. $y = \frac{3 - x}{x - 1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 44. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên ?

A. $y = \frac{x + 1}{2x - 1}$.

B. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

C. $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$.

D. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$.

x	$-\infty$	0,5	$+\infty$
y'	+		+
y	0,5	$+\infty$	$-\infty$

Câu 45. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên ?

A. $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$.

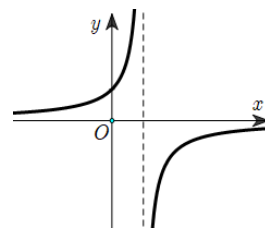
B. $y = \frac{x - 1}{2x + 2}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	$-\infty$

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

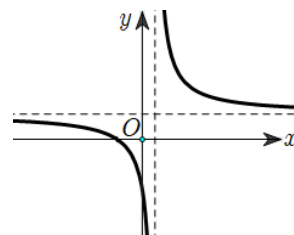
Câu 46. Biết đồ thị hàm số $f(x) = \frac{a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq 0$) có đồ thị cho như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $f'(x) > 0, \forall x \neq 1$. D. $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$.



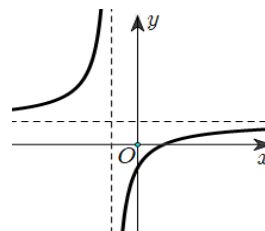
Câu 47. Biết hàm số $y = \frac{2x+a}{2x-1}$ ($a \in \mathbb{R}, a \neq -1$) có đồ thị bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $y' < 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$.



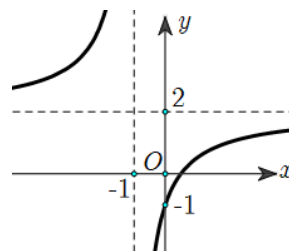
Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (với $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ dưới. Khẳng định nào **đúng** ?

- A. $a \leq 1$.
B. $a < 1$.
C. $a \geq 1$.
D. $a > 1$.



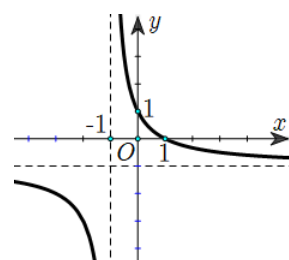
Câu 49. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.



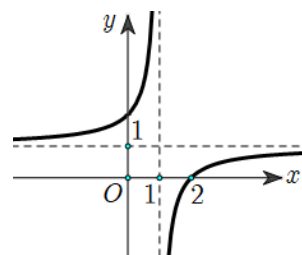
Câu 50. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{-x}{x+1}$.
C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.



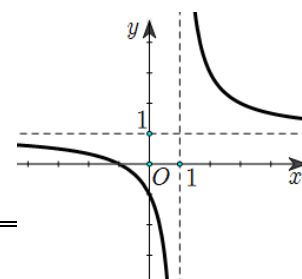
Câu 51. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

- A. $y = \frac{x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
C. $y = \frac{x-2}{1-x}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



Câu 52. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

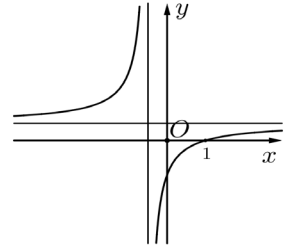
- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.



C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

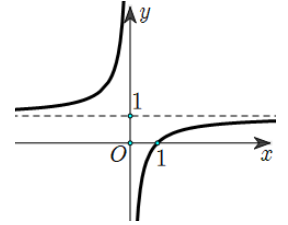
Câu 53. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x-1}{1-2x}$. B. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.
C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



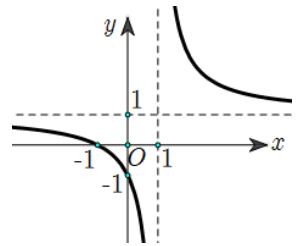
Câu 54. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x+1}{x}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x-2}{x}$. D. $y = \frac{x-1}{x}$.



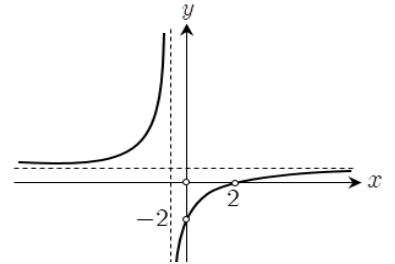
Câu 55. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



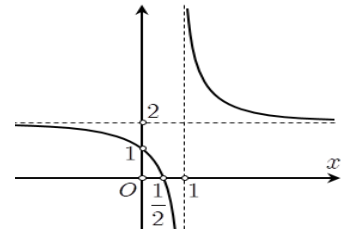
Câu 56. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{2-x}{x+1}$.
C. $y = \frac{x-2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



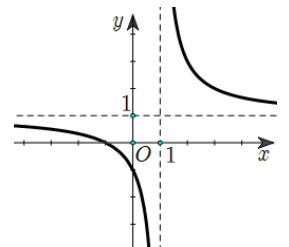
Câu 57. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x-1}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.



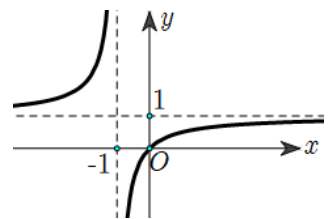
Câu 58. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

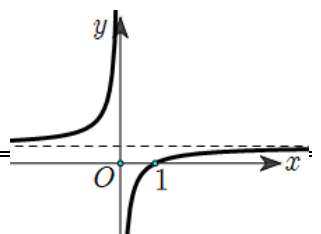


Câu 59. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x}{x+1}$.
C. $y = \frac{x+1}{x}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.



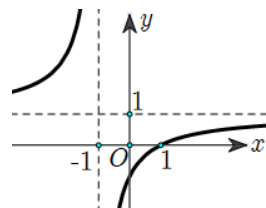
Câu 60. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?



- A. $y = \frac{x-1}{x}$. B. $y = \frac{x-1}{2x}$.
- C. $y = \frac{2x}{x-1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

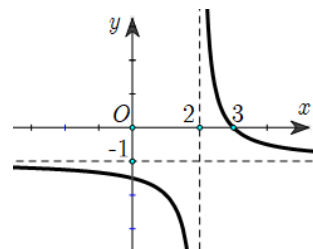
Câu 61. Xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. $a = 1, b = -1$. B. $a = 1, b = 1$.
- C. $a = -1, b = 1$. D. $a = -1, b = -1$.



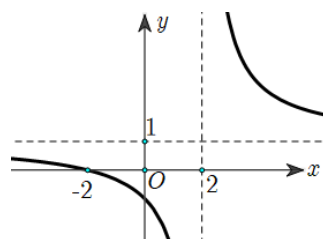
Câu 62. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của $\mathcal{D} = a + b + c$ bằng

- A. -2 .
- B. -1 .
- C. 2 .
- D. 3 .



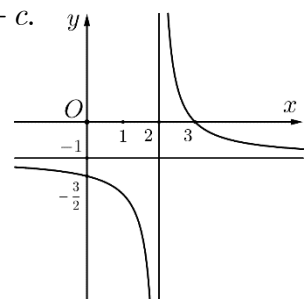
Câu 63. Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.

- A. $a = 2, b = 2, c = -1$.
- B. $a = 1, b = 1, c = -1$.
- C. $a = 1, b = 2, c = 1$.
- D. $a = 1, b = -2, c = 1$.



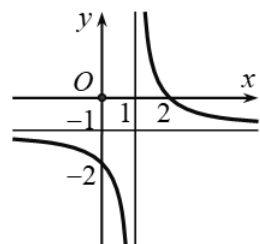
Câu 64. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính $\mathcal{D} = a + 2b + c$.

- A. -1 .
- B. -2 .
- C. 0 .
- D. 3 .



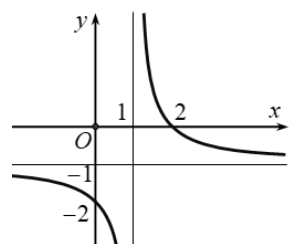
Câu 65. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ như hình vẽ. Tính $\mathcal{D} = a - 3b + 2c$.

- A. 12 .
- B. -7 .
- C. 10 .
- D. -9 .

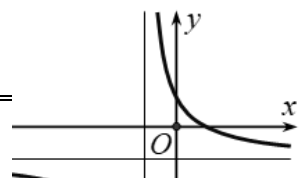


Câu 66. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A. $b < 0 < a$.
- B. $0 < b < a$.
- C. $b < a < 0$.
- D. $0 < a < b$.



Câu 67. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?



A. $d > 0, a > 0, c < 0.$

B. $d > 0, a < 0, c > 0.$

C. $d < 0, a > 0, c < 0.$

D. $d < 0, a < 0, c > 0.$

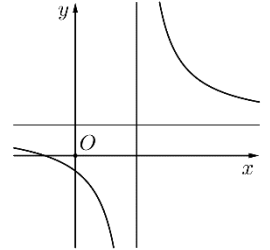
Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $b > 0, c < 0, d < 0.$

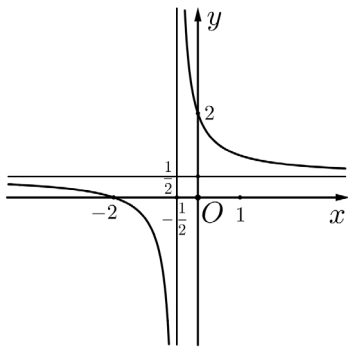
B. $b > 0, c > 0, d < 0.$

C. $b < 0, c > 0, d < 0.$

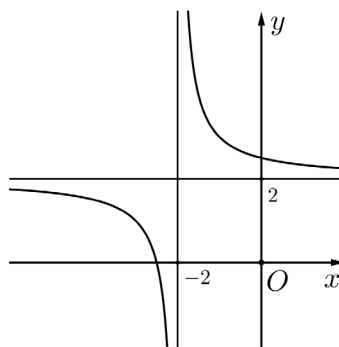
D. $b < 0, c < 0, d < 0.$



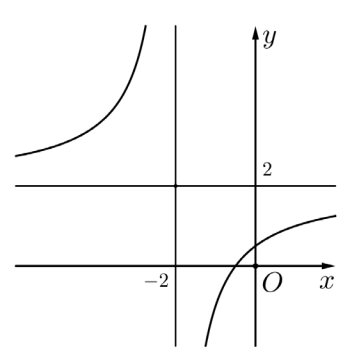
Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho.



Hình (1)



Hình (2)



Hình (3)

A. Hình (1) và (3). B. Hình (3). C. Hình (1). D. Hình (2).

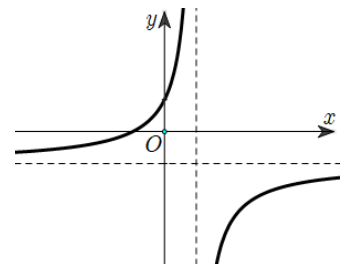
Câu 70. Cho hàm số $y = \frac{ax + 4 - b}{cx + b}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a < 0, 0 < b < 4, c < 0.$

B. $a > 0, b > 4, c < 0.$

C. $a > 0, 0 < b < 4, c < 0.$

D. $a > 0, b < 0, c < 0.$



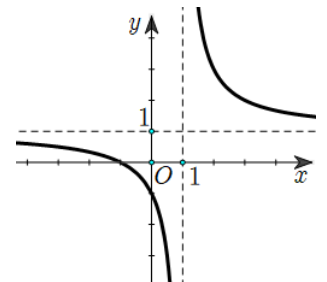
Câu 71. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x - c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương ?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

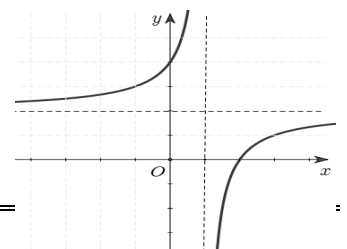
D. 1.



Câu 72. Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - c}$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương ?

A. 1.

B. 0.



C. 2.

D. 3.

Câu 73. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Câu 74. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{ax+12}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Hỏi b có thể nhận giá trị nguyên lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-3	$+\infty$	-3

Câu 76. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên bên dưới. Giá trị của $a-b-c$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Câu 77. Cho hàm số $y = \frac{ax+c}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số trên với hai trục tọa độ, khi đó diện tích của tam giác OAB bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Câu 78. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{bx+c}$ có bảng biến thiên bên dưới. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số với hai trục tọa độ, tính diện tích tam giác OAB .

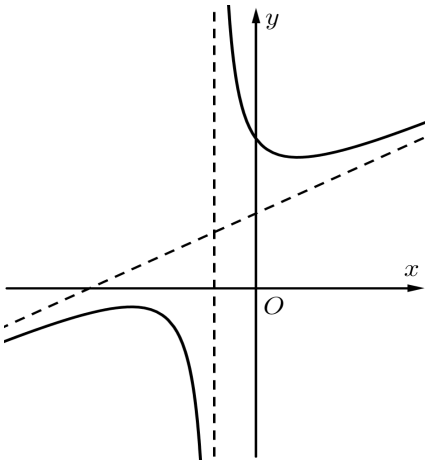
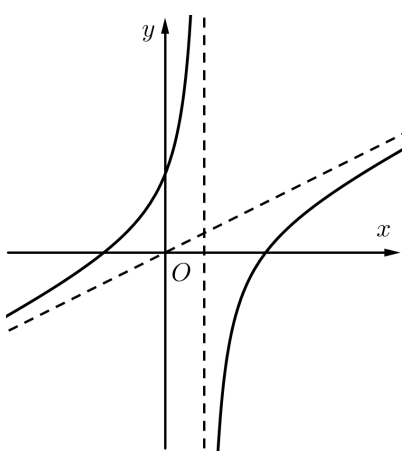
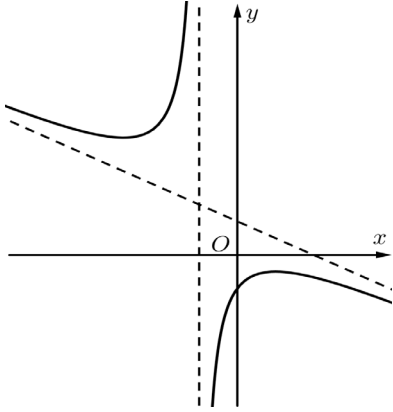
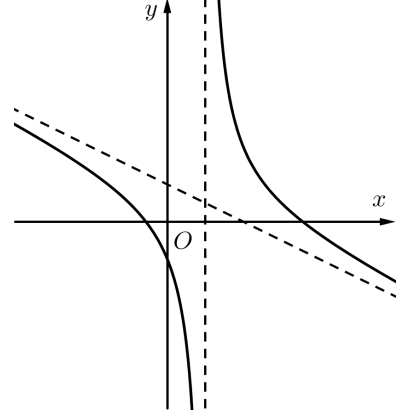
- A. 3.
B. 1.
C. $\frac{3}{4}$.
D. $\frac{1}{12}$.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	$2 \rightarrow +\infty$	$-\infty \rightarrow 2$	

Nhóm 3. Nhận dạng đồ thị hàm số bậc hai trên bậc một dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$).

☆☆☆

- ❖ Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{n}{m} \right\}$ và đạo hàm $y' = \frac{am.x^2 + 2an.x + bn - mc}{(mx + n)^2}$.
- ❖ Hướng bên phải của đồ thị đi lên khi a, m cùng dấu và đi xuống khi a, m trái dấu.

	Hai cực trị	Không có cực trị
$am > 0$ (cùng dấu)		
$am < 0$ (trái dấu)		

❖ **Lưu ý:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu):

- ❖ Có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{n}{m}$ và tiệm cận xiên là đường thẳng $y = \frac{a}{m}x - \frac{an - bm}{m^2}$.
- ❖ Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng, tâm đối xứng này cũng là trung điểm của đoạn thẳng nối 2 điểm cực trị (nếu có).
- ❖ Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

❖ **Các bước nhận dạng và xét dấu đồ thị hàm số bậc hai trên bậc một:**

Câu 79. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 6$	$\nearrow +\infty$	

A. $y = \frac{x^2 + 4x - 2}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.

Câu 80. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 4$	$\nearrow +\infty$	

A. $y = \frac{x^2}{x - 1}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 2}{x - 1}$.

C. $y = \frac{3x^2 - 4x}{x - 1}$.

D. $y = \frac{-x^2}{x - 1}$.

Câu 81. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 6$	$\nearrow +\infty$	

A. $y = \frac{3x^2 - 10x + 4}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 6x + 4}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 82. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$

A. $y = \frac{-x^2 - 3x + 1}{x + 3}$.

B. $y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x + 3}$.

C. $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 3}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 3}$.

Câu 83. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		-		-	
y	$-\infty$		$+\infty$		$-\infty$

A. $y = \frac{-2x^2 + 3x + 1}{-x + 3}$.

B. $y = \frac{-x^2 + 3x + 1}{-x + 3}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 3}$.

D. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x - 3}$.

Câu 84. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		2	$+\infty$	$-\infty$	-6	$-\infty$

A. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{x - 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$.

C. $y = \frac{-2x^2 + 6x + 4}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 85. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	15	$\nearrow$	$+\infty$	
				$\nearrow$	-9	$\searrow$
					$-\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{2x^2 + x + 15}{-x - 1}$.

B. $y = \frac{-x^2 + x - 18}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 5x - 24}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 + 3x + 12}{-x - 1}$.

Câu 86. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$	
					$+\infty$	$\searrow$
					2	$\nearrow$
						$+\infty$

A. $y = x + 1 + \frac{1}{x}$.

B. $y = x - 1 + \frac{1}{x}$.

C. $y = x - \frac{1}{x}$.

D. $y = x + \frac{1}{x}$.

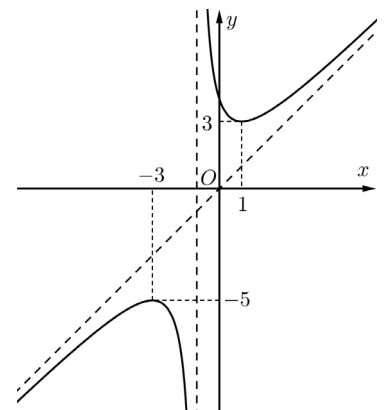
Câu 87. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$.



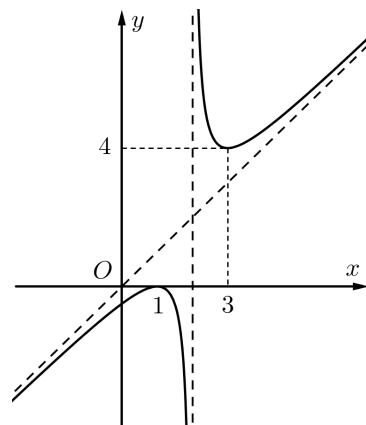
Câu 88. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.



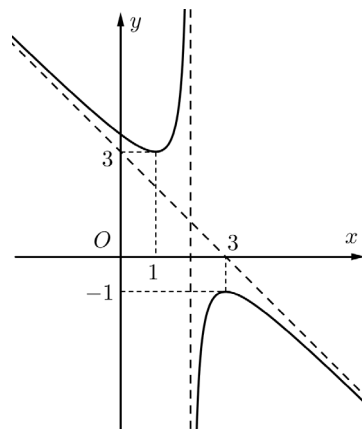
Câu 89. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.



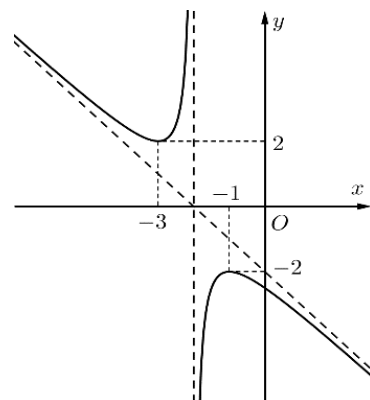
Câu 90. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x^2 + 8x + 4}{x - 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$.

C. $y = \frac{2x^2 + 8x + 4}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$.



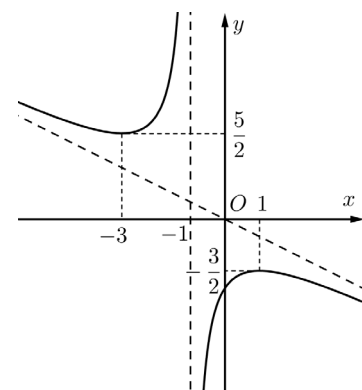
Câu 91. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{2x + 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 - x - 4}{2x + 2}$.

C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 1}{2x + 2}$.

D. $y = \frac{2x^2 + 5x - 13}{2x + 2}$.

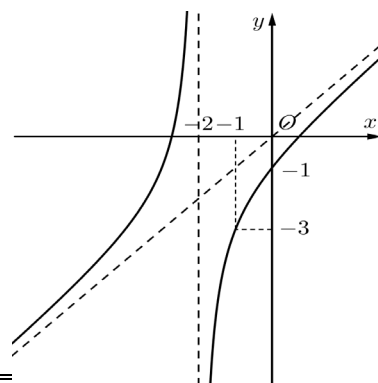


Câu 92. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$.

B. $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 2}$.



D. $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x - 2}$.

Câu 93. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{3x^2 + 6x + 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x + 1}$.

C. $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x - 1}$. D. $y = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1}$.

Câu 94. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 + 6x + 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{-x^2 + 1}{x - 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 3x + 2}{2x - 2}$.

D. $y = \frac{-2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$.

Câu 95. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 - 3}{3x}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3}{-3x}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3}{-3x}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3}{3x}$.

Câu 96. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$.

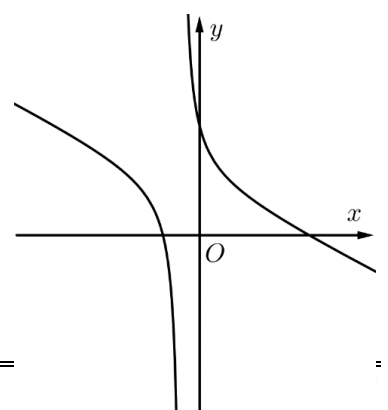
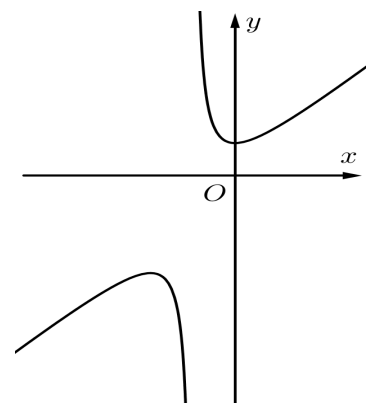
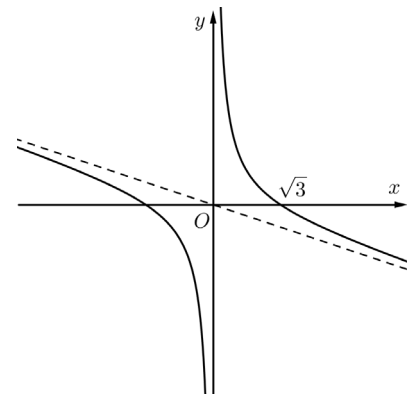
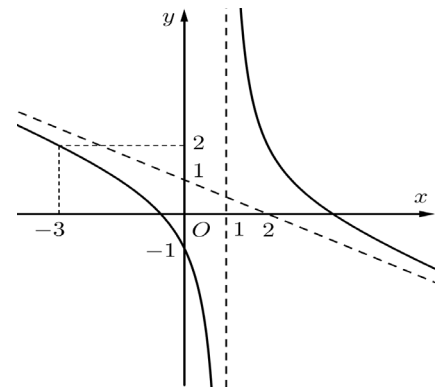
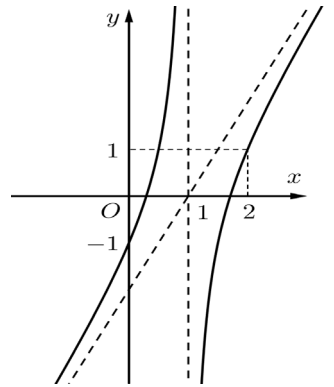
D. $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 3}$.

Câu 97. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$.

B. $y = \frac{-2x^2 + x - 1}{2x + 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x + 2}$.



D. $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 1}$.

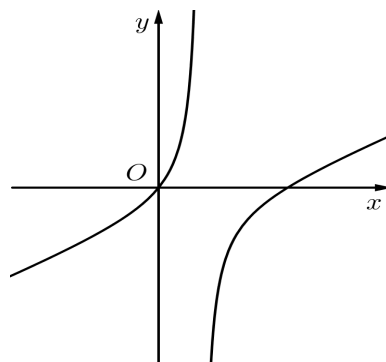
Câu 98. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{x^2 + 3x}{2x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3x}{2x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.



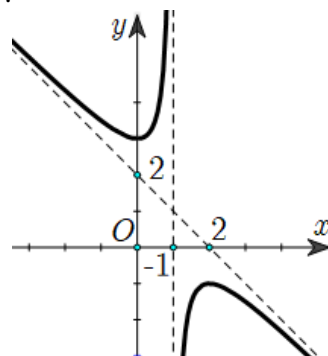
Câu 99. Cho hàm số $f(x) = ax + 2 + \frac{b}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, b, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b + n$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. -2.

D. 3.



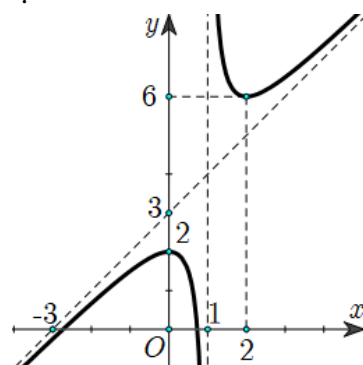
Câu 100. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + 2x + c}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, c, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + c + n$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. -2.

D. 3.



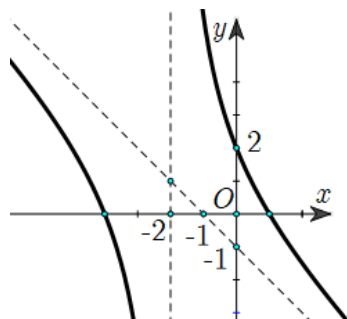
Câu 101. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 4}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, b, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b + n$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. -2.

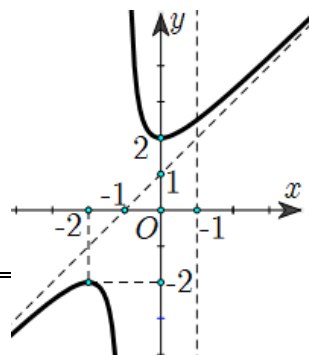
D. 3.



Câu 102. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + 1}$ ($a, m \neq 0$ và $a, b, c, m \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b + c + m$ bằng

A. 2.

B. 3.



C. 4.

D. 5.

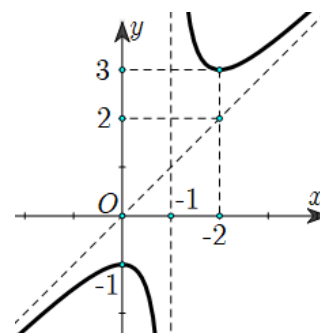
Câu 103. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{mx + n}$ ($m \neq 0$ và $b, c, m, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = b + c + m + n$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.



PHẦN 02. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

☆☆☆

Nhóm 1. Đồ thị hàm số bậc ba và bài toán liên quan

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên bên dưới.

- a) Hệ số $a < 0$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
 c) Hàm số luôn thỏa mãn $b^2 - 3ac \leq 0$.
 d) Hệ số $b = 3$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

☐
☐
☐
☐

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên bên dưới.

- a) Hàm số đã cho có cực đại bằng 1.
 b) Hàm số đã cho có hệ số $b = 0$.
 c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

☐
☐
☐
☐

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên bên dưới.

- a) Hàm số $f(x)$ có cực đại là -1 .
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.
 c) Tâm đối xứng của đồ thị $f(x)$ là $I(0;1)$.
 d) Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 11$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

☐
☐
☐
☐

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên bên dưới.

a) Hàm số có $y_{\text{CB}} = 2$, $y_{\text{CT}} = -2$.

b) Hệ số $d = 1$ và $b < 0$.

c) Hệ số $c = 0$ và $f''(0) < 0$.

d) $\max_{[2;4]} f(x) = 18$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

☐
☐
☐
☐

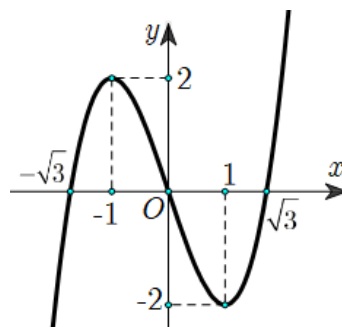
Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 + 3$.

c) $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ và $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.

d) Hàm số đã cho có đồ thị như hình vẽ bên.


☐
☐
☐
☐

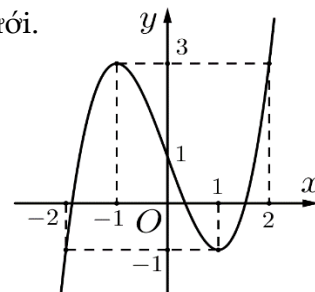
Câu 6. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình bên dưới.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 3.

c) Hàm số đã cho có hệ số $c < 0$.

d) Hàm số đã cho là $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$.


☐
☐
☐
☐

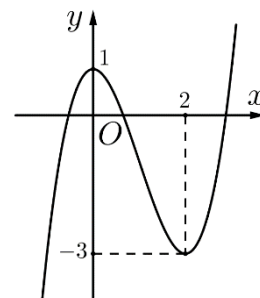
Câu 7. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình bên dưới.

a) Đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $(0; 1)$.

b) Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là $x = 1$, $x = 2$.

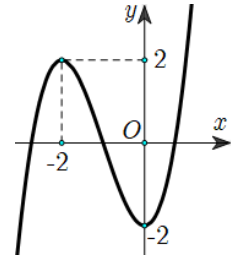
c) Hàm số đã cho có hệ số $a = 1$.

d) Trong các hệ số a , b , c , d chỉ có 1 số âm.


☐
☐
☐
☐

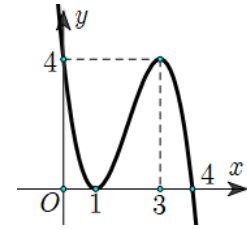
Câu 8. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- a) Hệ số $a < 0$.
 b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.
 c) Phương trình $3f(x) - 4 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 d) Hàm số đã cho là $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$.


☐
☐
☐
☐

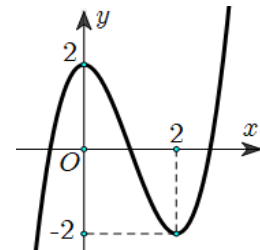
Câu 9. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- a) $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (1; 3)$.
 b) Phương trình $f(x) = d \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.
 c) $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$.
 d) Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có đúng 5 điểm cực trị.


☐
☐
☐
☐

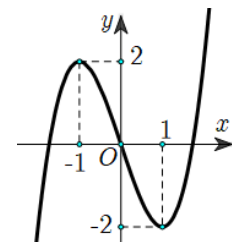
Câu 10. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- a) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 2)$ và $(4; +\infty)$.
 b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.
 c) Với $c \in [-1; 2]$ thì $f(-1) < f(c) < f(2)$.
 d) $\min_{[0;2]} y + \max_{[0;2]} y = 0$.


☐
☐
☐
☐

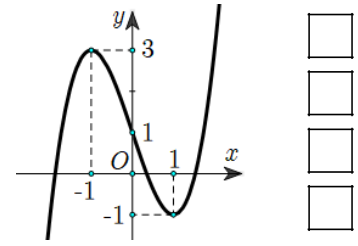
Câu 11. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(-1; 2)$.
 b) Tâm đối xứng của đồ thị là gốc tọa độ.
 c) Tập nghiệm của $f'(3 - 2x) \leq 0$ chứa đúng 2 số nguyên.
 d) $\max_{[0;3]} f(x) = 18$.


☐
☐
☐
☐

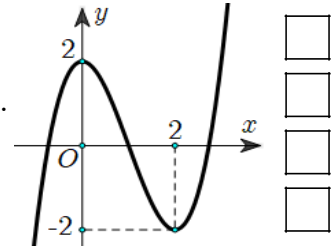
Câu 12. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
- Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Đồ thị bên là đồ thị của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
- Điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x) = 1 + f(4 - x)$ là $(5; 4)$.



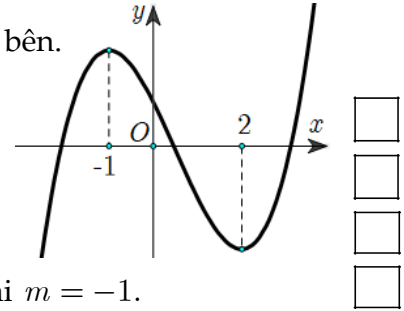
Câu 13. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $m \in [-2; 2]$.
- Hàm số đã cho có dạng $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.
- Đặt $g(x) = f(2 \sin x + 1)$, khi đó $\min_{\mathbb{R}} g(x) + \max_{\mathbb{R}} g(x) = 5$.



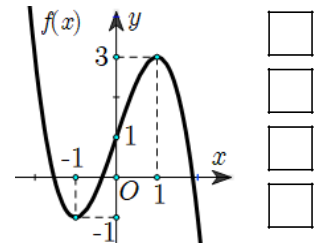
Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.
- $f'(x) = (x + 1)(x - 2)$.
- Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 3[f(4) - f(0)] = 16$.
- Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + m)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ khi $m = -1$.



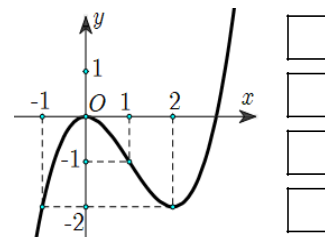
Câu 15. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$.
- Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị bằng $2\sqrt{5}$.
- Hàm số của đồ thị bên là $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.
- Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'(f(x) - x) = 0$ là 5.



Câu 16. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) như hình bên dưới.

- a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
 b) Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị là $x + y = 0$.
 c) Hàm số của đồ thị bên là $f(x) = x^3 - 3x^2$.
 d) Số nghiệm phân biệt của phương trình $2x|f(x)| = x + 1$ là 3.



Câu 17. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

- a) Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

- b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
 c) Hàm số đã cho có $y_{\text{CB}} + 3y_{\text{CT}} = -1$.
 d) Điểm $A(0;4)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
 c) Với $m = \pm 2$ thì đường thẳng $d : y = m$ và đồ thị (C) có hai điểm chung.
 d) Có 4 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x^2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) .

- a) Đạo hàm của hàm số $f'(x) = -3x^2 + 6x + 2$. ☐
- b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(0; -2)$ và điểm cực đại là $B(2; 2)$. ☐
- c) Tâm đối xứng của đồ thị (C) có tọa độ là $(1; 0)$. ☐
- d) Có 4 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x^2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt. ☐

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. ☐
- b) Điểm uốn của đồ thị hàm số là $(1; 1)$. ☐
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là gốc tọa độ $O(0; 0)$. ☐
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(0; 3)$ bằng 9. ☐

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. ☐
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị. ☐
- c) Đường thẳng qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là $d : y = 2x + 1$. ☐
- d) Đường thẳng $\Delta : y = (2m - 1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) khi $m = 2$. ☐

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. ☐
- b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $(2; 5)$. ☐
- c) Đường thẳng qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là $d : y = 2x - 1$. ☐
- d) Đường thẳng $\Delta : y = (3m + 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) khi $m = 6$. ☐

Nhóm 2. Đồ thị hàm số nhất biến và bài toán liên quan



Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \frac{5x - 3}{6x + 1}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = \frac{-13}{(6x + 1)^2}, \forall x \neq -\frac{1}{6}$. ☐
- b) Hàm số không có điểm cực trị và nghịch biến trên các khoảng xác định của nó. ☐
- c) Đồ thị $(\mathcal{H})$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{6}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{5}{6}$. ☐
- d) Đồ thị $(\mathcal{H})$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 . ☐

.....

.....

.....

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \frac{2 - 3x}{x + 1}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. ☐
- b) $6f(2) + 3f'(-2) = 7$. ☐
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2026)$. ☐
- d) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị $(\mathcal{H})$ là điểm $I(-1; 2)$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{x + 2}{x - 1}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = \frac{-3}{(1 - x)^2}, \forall x \neq 1$. ☐
- b) Đồ thị hàm số $(\mathcal{H})$ đi qua điểm $M(-2; 0)$. ☐
- c) Giao điểm hai đường tiệm cận của $(\mathcal{H})$ nằm trên đường thẳng $d : x - y + 1 = 0$. ☐
- d) Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{H})$ tại điểm $N(2; 4)$ là $\Delta : y = -3x + 2$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{1-4x}{3x-5}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) Đồ thị $(\mathcal{H})$ có đường tiệm cận ngang là $d : 3y + 4 = 0$. ☐
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng xác định của nó. ☐
- c) Giao điểm I của hai đường tiệm cận cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{41}{9}$. ☐
- d) Giao điểm của $(\mathcal{H})$ với các trục tọa độ cách nhau một khoảng bằng $\frac{41}{20}$. ☐
-
-
-
-

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có đồ thị (C) .

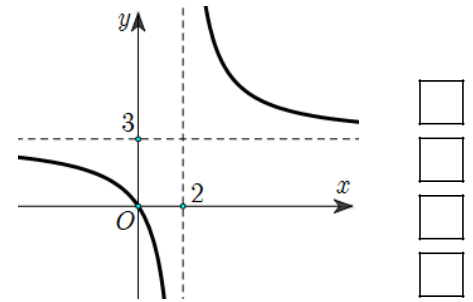
- a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$. ☐
- b) Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng xác định của nó. ☐
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 1. ☐
- d) $\forall M \in (C)$ thì tích khoảng cách từ điểm M đến các đường tiệm cận luôn bằng 3. ☐
-
-
-
-
-

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó. ☐
- b) Điểm $I \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số. ☐
- c) Đồ thị hàm số (C) có một trục đối xứng là đường thẳng $d : y = x + 1$. ☐
- d) Có hai tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta : y = 5x + 1$. ☐
-
-
-
-
-

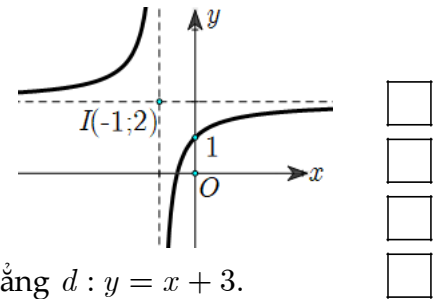
Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x + a}{x + b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.
- b) Đường tiệm cận ngang là $y = 3$ và $b = 2$.
- c) Đồ thị hàm số không đi qua gốc tọa độ.
- d) Hàm số không có điểm cực trị và $a = 0$.



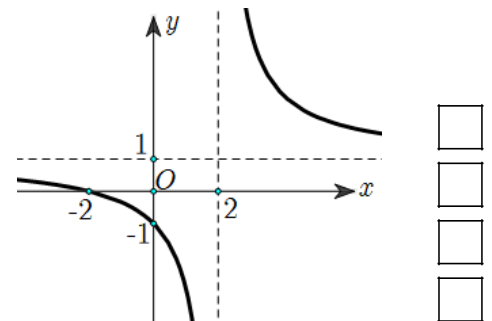
Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x + a}{bx + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) $f'(x) > 0, \forall x \neq 0$.
- b) Hệ số $b = 1$ và $c = -1$.
- c) $a = 1$ và hàm số có đúng một điểm cực trị.
- d) Một trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $d: y = x + 3$.



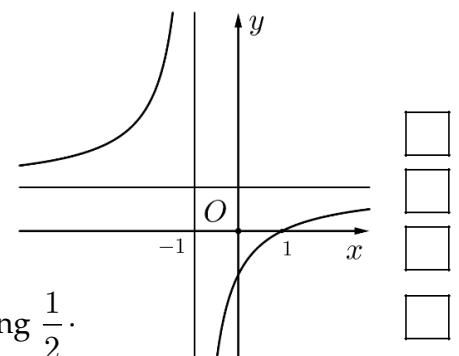
Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + 2}{cx + b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) $f'(x) < 0, \forall x \neq 2$.
- b) Hệ số $b = -2$.
- c) Hệ số $a = -1$ và $c = -1$.
- d) $f(1) + f'(1) = -7$.



Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax - 1}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- a) Hệ số $d = 1$.
- b) $2f'(-3) = 1$.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[3; 2025]$ bằng $\frac{1}{2}$.



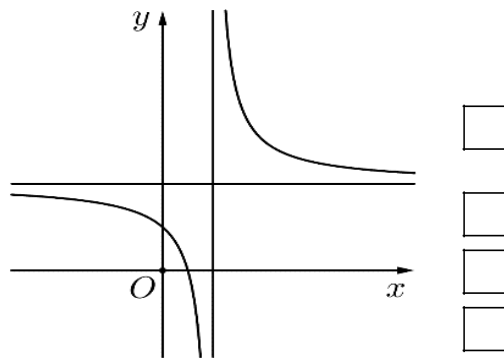
Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

a) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

b) Hệ số a và c trái dấu.

c) Hệ số $b < 0$.

d) Trong bốn hệ số a, b, c, d có đúng 2 hệ số âm.



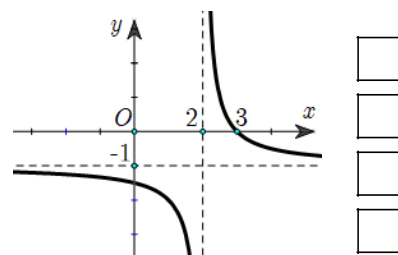
Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 2}$ có đồ thị ($\mathcal{H}$) như hình vẽ bên dưới.

a) Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 2)$.

b) Tập giá trị của hàm số là $\mathcal{C} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

c) Một trục đối xứng của ($\mathcal{H}$) là đường thẳng $y = x - 3$.

d) $a + b + c = 3$.



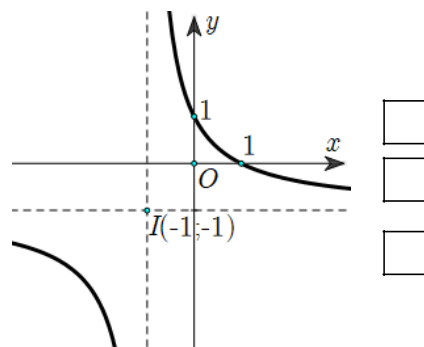
Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

a) $y' < 0, \forall x \neq 1$.

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$.

c) Hệ số $a = 2$.

d) Một trục đối xứng của đồ thị hàm số là $\Delta : y = -x - 3$.



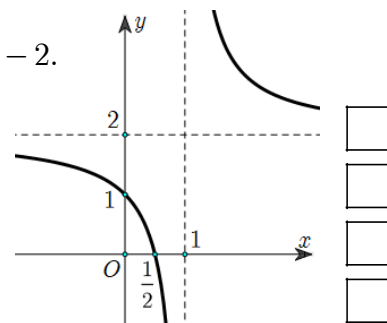
Câu 36. Cho đồ thị hàm số ($\mathcal{H}$): $y = \frac{2x + a}{x + b}$ và đường thẳng $d : y = x - 2$.

a) Tâm đối xứng của ($\mathcal{H}$) là $I(2; 1)$.

b) Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 3a - 2b = -1$.

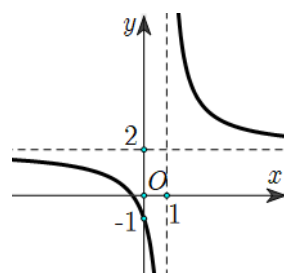
c) Một trục đối xứng của ($\mathcal{H}$) là $\Delta : y = 3 - x$.

d) d cắt ($\mathcal{H}$) tại M, N thì $\triangle OMN$ vuông tại O .



Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + 1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới.

- a) Tâm đối xứng của đồ thị (C) có tọa độ là $(2;1)$. ☐
- b) $a - 2b + c = -5$. ☐
- c) Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$ có phương trình là $y = -3x + 11$. ☐
- d) Có đúng 4 điểm $M(m;n)$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ thuộc đồ thị. ☐



Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{cx + 1}$ có bảng biến thiên bên dưới.

- a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. ☐
- b) Tiệm cận đứng là $y = -1$. ☐
- c) $a = 2$ và $c = 1$. ☐
- d) Nếu $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b = 1$. ☐

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$2 \rightarrow +\infty$	$-\infty \rightarrow 2$	

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{ax + 3}{bx + 1}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 2$. ☐
- b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = -1$. ☐
- c) $y(-2) < y(2)$. ☐
- d) Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a^2 + b^2 = 5$. ☐

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Đồng thời đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

a) Hàm số có bảng biến thiên là

b) $a = b$.

c) $a + b + c = 0$.

d) $b > 0$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$1 \rightarrow +\infty$	$-\infty \rightarrow 1$	

☐
☐
☐
☐

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{ax+12}{bx+c}$ có bảng biến thiên bên dưới.

a) Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

c) Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ âm.

d) b nhận giá trị nguyên lớn nhất bằng 3.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$-3 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -3$	

☐
☐
☐
☐

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{ax+c}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số trên với hai trục tọa độ.

a) Tiệm cận ngang là $x = 1$.

b) Tập giá trị là $\mathcal{C} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

c) Giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ là $f(-1)$.

d) Diện tích tam giác OAB bằng $1/4$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

☐
☐
☐
☐

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a < 10$) có đồ thị (C) nhận $x = -1$ là tiệm cận đứng. Biết $y'(-2) = 3$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$ bằng $9/2$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2025)$.

b) $5a + b = 9c$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

d) Giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b + c + d = 9$.

☐
☐
☐
☐

Nhóm 3. Đồ thị hàm số bậc hai trên bậc một

☆☆☆

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 4}{x + 3}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. ☐
- b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$. ☐
- c) Đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định. ☐
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 2$. ☐

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 2}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) Đồ thị $(\mathcal{H})$ có 2 điểm cực trị. ☐
- b) Điểm $I(-2; 4)$ là tâm đối xứng của $(\mathcal{H})$. ☐
- c) Đường thẳng qua 2 điểm cực trị của $(\mathcal{H})$ cắt trục tung tại điểm có tung độ $= -2$. ☐
- d) Đường tiệm cận xiên tạo với hai trục tọa độ thành tam giác có diện tích bằng 16. ☐

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 5x + 4}{x + 1}$.

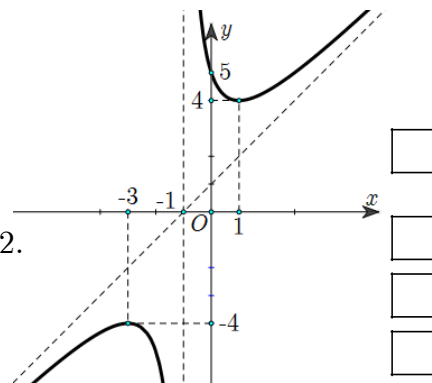
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. ☐
- b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị trái dấu. ☐
- c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -2x + 5$. ☐
- d) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt. ☐

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 3}{1 - x}$.

- a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = -11$. ☐
- b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; 10)$. ☐
- c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên vuông góc với đường thẳng $y = x + 3$. ☐
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5; -3]$ bằng 10. ☐

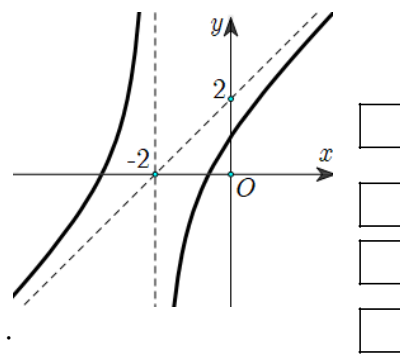
Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$ có đồ thị $(\mathcal{H})$.

- a) $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$. ☐
- b) Đường thẳng qua hai điểm cực trị của $(\mathcal{H})$ là $y = 2x - 2$. ☐
- c) Đồ thị $(\mathcal{H})$ có tiệm cận xiên là $y = x + 1$. ☐
- d) Hàm số đã cho có đồ thị như hình vẽ bên. ☐



Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$.

- a) $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x + 2}, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. ☐
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$. ☐
- c) Hàm số đã cho có đồ thị như hình vẽ bên. ☐
- d) Một trục đối xứng của đồ thị hàm số là $y = (x + 2) \tan \frac{3\pi}{8}$. ☐



Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 1 + \frac{4}{x^2}$, $x \neq 0$. ☐
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên mỗi khoảng $(-2; 0)$; $(0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2)$; $(2; +\infty)$. ☐
- c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = x$. ☐
- d) Một trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $\Delta : y = -x$. ☐

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$, $\forall x \neq 1$. ☐
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 2$. ☐
- c) Góc giữa hai đường tiệm cận bằng 45° . ☐
- d) Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị $(\mathcal{C})$ là 4. ☐

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

- a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình $x = -1$. ☐
- b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 3)$. ☐
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 1)$ bằng $f(-1)$. ☐
- d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng 8. ☐

Câu 53. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

- a) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu là $y_{\text{CT}} = -2$. ☐
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 0$. ☐
- c) $a + c = 2$. ☐
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $d : y = x$. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 5$	$\nearrow +\infty$

- a) Nếu $n = -2$ thì $m = 1$. ☐
- b) Tích am luôn nhận giá trị dương. ☐
- c) $a + b + c = -1$. ☐
- d) Khi $m = 1$ thì ta có $4a + b = 3$. ☐

.....

.....

.....

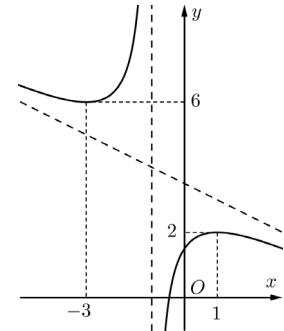
.....

Câu 55. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow -7$	$\searrow -\infty$

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. ☐
- b) $a + b + c = m + n$. ☐
- c) Hệ số a và n luôn cùng dấu. ☐
- d) Hệ số c và n luôn trái dấu. ☐

Câu 56. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



- a) Hệ số $n = -2$.
 b) Tổng $a + b + c = 8$.
 c) $f'(-3) = 6$.
 d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $x + 2y - 7 = 0$.

☐
☐
☐
☐

Câu 57. Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C) : y = x^3 - 3mx + 3$ và đường thẳng $d : y = 3x + 1$ là nghiệm của phương trình $3m = f(x)$.

a) $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x}$.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

c) $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

d) (C) cắt d tại điểm duy nhất $\Leftrightarrow m < 0$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 0$	$0 \rightarrow +\infty$	$+\infty$

☐
☐
☐
☐

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = x + 1 + \frac{m}{x - 2}$ với m là tham số.

- a) Với $m \neq 0$, tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(2; 3)$.
 b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 1 với mọi số thực m .
 c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi $m \leq 1$.
 d) Có 19 giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của tham số m để hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $|x_1 - x_2| \leq 6$.

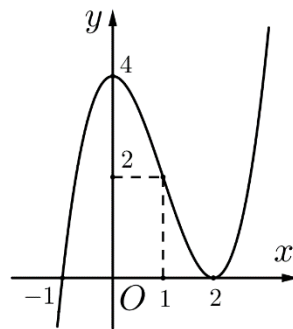
☐
☐
☐
☐

PHẦN 03. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

☆☆☆

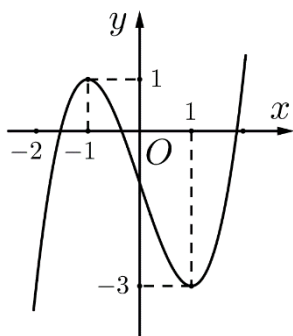
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Tính $\mathcal{D} = a + 2b + 3c + 4d$.

Trả lời:



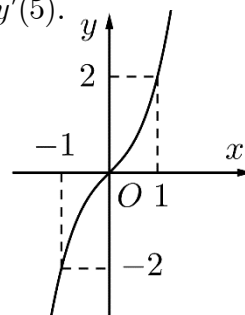
Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Tính $y(13)$.

Trả lời:



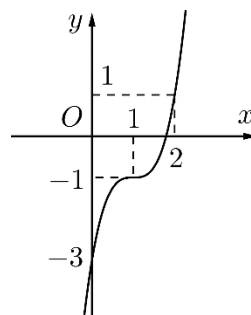
Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Biết $y'(1) = 4$, hãy tính $y'(5)$.

Trả lời:



Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Tính $\mathcal{D} = (a + b)(c + d)$.

Trả lời:



Câu 5. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên dưới. Tính $\mathcal{D} = a + b + c + d$.

Trả lời:

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 10$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$		

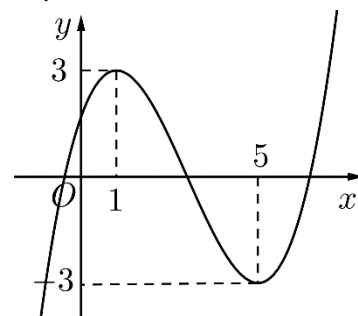
Câu 6. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên dưới. Biết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $x - y - 4 = 0$. Tính giá trị của $\mathcal{D} = ab + cd$.

Trả lời:

x	$-\infty$	x_{CT}	6	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	y_{CB}	$-\infty$	

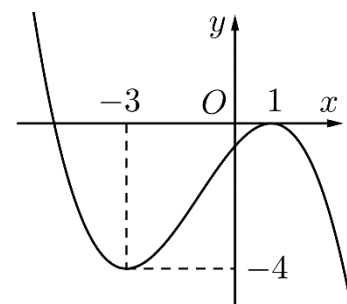
Câu 7. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Tính giá trị của tích $\mathcal{D} = ac$.

Trả lời:



Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị bên dưới. Tính giá trị của $\mathcal{D} = 4096.abcd$.

Trả lời:



Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $A(3; -3)$ và đồ thị đi qua điểm $B(2; 2)$. Tính giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $A(1; 4)$ và có tâm đối xứng là $I(-2; 1)$. Tính giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 18a + 3b + 6c + 9d$.

Trả lời:

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{3x+5}{2-3x}$. Biết đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ tại $A(a;0)$ và $B(0;b)$. Tính giá trị biểu thức $\mathcal{D} = ab$.

Trả lời:

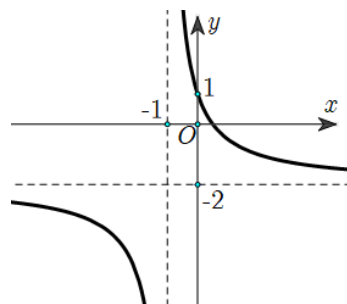
Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1-b}{x+d}$ có bảng biến thiên bên dưới. Biết đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(2;3)$. Tính giá trị của $\mathcal{D} = a+b+d$.

Trả lời:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	–		–
$f(x)$	2 $\rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

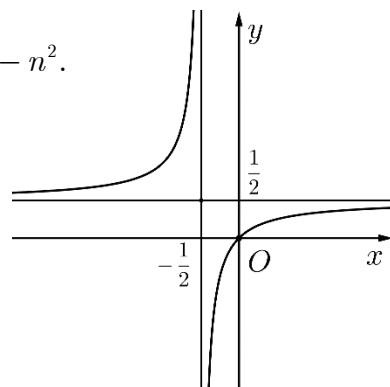
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của $\mathcal{D} = y(a) + y(b)$.

Trả lời:



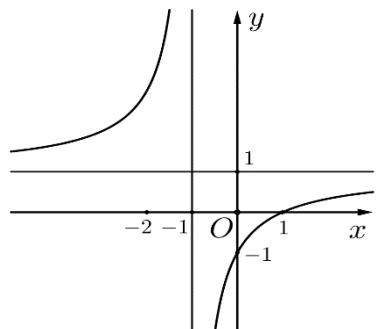
Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{2x+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Biết giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-10;-3]$ bằng $\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $\mathcal{D} = m^2 - n^2$.

Trả lời:



Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x-1-m^2}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $y(-12) = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a.b$

Trả lời:



Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{2x + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $\mathcal{D} = (b + c + d)^2$.

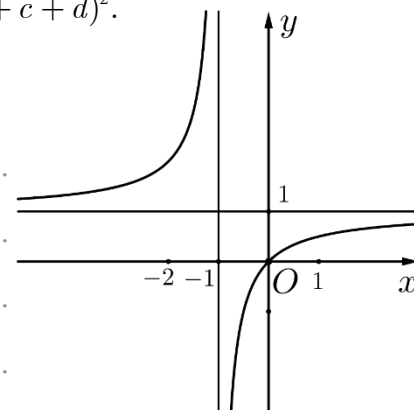
Trả lời:

.....

.....

.....

.....



Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{c}$ tối giản, có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Biết rằng $\min_{[1;5]} y = 1$, hãy tính giá trị của $y'(4)$.

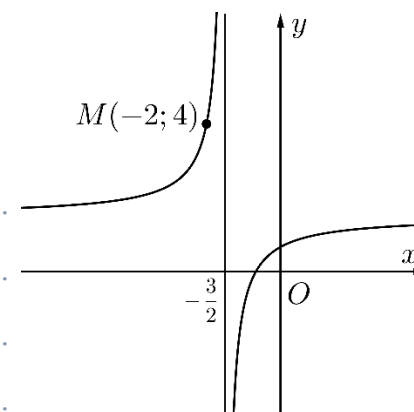
Trả lời:

.....

.....

.....

.....



Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ bên dưới. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0; 4)$. Tính $f(2)$.

Trả lời:

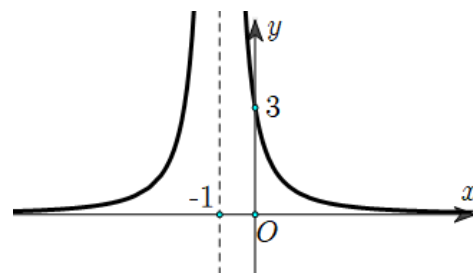
.....

.....

.....

.....

.....



Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x + 1}$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; a)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b . Tính giá trị biểu thức $\mathcal{D} = a^2 + b^2$.

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Biết đồ thị hàm số $f(x) = \frac{-3x^2 + 16x}{x - 6}$ có hai điểm cực trị là $A(a;b)$ và $B(c;d)$. Tính giá trị biểu thức $\mathcal{D} = a + b + c + d$.

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 2}{2x + 3}$. Biết đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $B(a;b)$ và có đường tiệm cận xiên là $y = mx + n$. Khi đó $\mathcal{D} = a + 2b + 3m + 4n$ bằng bao nhiêu ?

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 4}$. Biết đồ thị hàm số đã cho có điểm cực trị là $B(-3;5)$ và có tâm đối xứng là điểm $I(-4;7)$. Tính tổng $\mathcal{D} = a^2 + b^2 + c^2$.

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ có bảng biến thiên dưới. Tính giá trị của $\mathcal{D} = b^2 - 2nc$.

x	$-\infty$	-2	2	6	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	14	$+\infty$

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + 11x + c}{mx + n}$ có bảng biến bên dưới. Tính giá trị biểu thức $\mathcal{D} = ac - mn$.

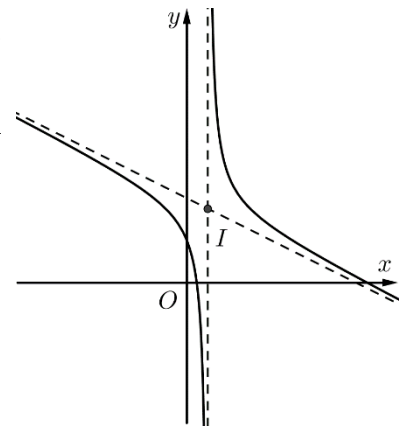
x	$-\infty$	-8	-7	-6	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -21$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow -13$	$\nearrow +\infty$

Trả lời:

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + bx + c}{4x + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Biết đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Tính giá trị biểu thức $\mathcal{D} = b^2 + c^2 - n$.

Trả lời:



Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; -7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(2; -3)$. Tính giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = \frac{2a + b + 4c + d}{5c}$.

Trả lời:

Câu 27. Cho đồ thị $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 2}$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của $m \in [-10; 10]$ để d cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) ?

Trả lời:

§ 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN THỰC TẾ



A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

① Ứng dụng đạo hàm trong tốc độ thay đổi của một đại lượng (vật lý, hóa học, sinh học,...).

- a) Nếu $s = s(t)$ là hàm vị trí của một vật chuyển động trên một đường thẳng thì $v(t) = s'(t)$ biểu thị vận tốc tức thời của vật (tốc độ thay đổi của độ dịch chuyển theo thời gian). Tốc độ thay đổi tức thời của vận tốc theo thời gian là gia tốc tức thời của vật. Vậy: $a(t) = v'(t) = s''(t)$.
- b) Nếu $C = C(t)$ là nồng độ của một chất tham gia phản ứng hóa học tại thời điểm t thì $C'(t)$ biểu thị tốc độ phản ứng tức thời (tốc độ thay đổi nồng độ) của chất đó tại thời điểm t .
- c) Nếu $P = P(t)$ là số lượng cá thể trong một quần thể động vật hoặc thực vật tại thời điểm t thì $P'(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng tức thời của quần thể tại thời điểm t .
- d) Nếu $C = C(x)$ là hàm chi phí, tức là tổng chi phí khi sản xuất x đơn vị hàng hoá thì $C'(x)$ (gọi là chi phí biên) biểu thị tốc độ thay đổi tức thời của chi phí đối với số lượng đơn vị hàng hoá được sản xuất.

② Ứng dụng đạo hàm trong bài toán tối ưu kinh tế, xã hội.

- a) Nếu $C(x)$ là hàm chi phí, tức là chi phí sản xuất x đơn vị của một sản phẩm nào đó, thì chi phí biên là tốc độ thay đổi của C đối với x , tức là đạo hàm $C'(x)$.
- b) Gọi $p(x)$ là giá bán mỗi đơn vị mà công ty có thể tính nếu bán x đơn vị. Khi đó, p được gọi là hàm cầu (hay hàm giá) và chúng ta mong đợi đó là một hàm giảm của x .
- c) Nếu x đơn vị được bán và giá mỗi đơn vị là $p(x)$ thì tổng doanh thu là $R(x) = x.p(x)$ và $R(x)$ được gọi là hàm doanh thu.
- d) Đạo hàm $R'(x)$ của hàm doanh thu được gọi là hàm doanh thu biên và là tốc độ thay đổi của doanh thu đối với số lượng đơn vị sản phẩm bán ra.
- e) Nếu x đơn vị được bán, thì tổng lợi nhuận là $P(x) = R(x) - C(x)$ và $P(x)$ gọi là hàm lợi nhuận.
- f) Hàm lợi nhuận biên là đạo hàm $P'(x)$ của hàm lợi nhuận.

③ Ứng dụng đạo hàm cho các bài toán tối ưu trong các mô hình toán học.

Chọn ẩn x phù hợp từ mô hình hình học, biểu diễn các yếu tố liên quan đến diện tích, thể tích được hàm số theo yêu cầu bài toán. Tìm miền chặn cho x , khảo sát sự hàm số và trả lời yêu cầu của bài toán.

④ Quy trình giải bài toán thực tế.

- **Bước 1.** Xác định đại lượng Q mà ta cần làm cho giá trị của đại lượng ấy biến thiên và biểu diễn nó qua các đại lượng khác trong bài toán.
- **Bước 2.** Chọn một đại lượng thích hợp nào đó, kí hiệu là x và biểu diễn các đại lượng khác ở bước 1 theo x . Khi đó, đại lượng Q sẽ là hàm số của một biến x . Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $Q = Q(x)$.
- **Bước 3.** Khảo sát hàm số $Q = Q(x)$ trên $\mathcal{D}$ bằng các phương pháp đã biết và kết luận.



B. MỘT VÀI VÍ DỤ MINH HOẠ

Bài 1. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, ($t \geq 0$).

- a) Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (giây).
- b) Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc của chất điểm bị triệt tiêu.

Lời giải tham khảo

- a) Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (giây).

Do $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 6t - 9 \Rightarrow$ Tại $t = 2$ (giây), vận tốc của vật là $v(2) = 15$ (m/s).

- b) Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc của chất điểm bị triệt tiêu.

Tại thời điểm vận tốc triệt tiêu: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - 9 = 0 \Rightarrow t = 1$.

Ta có biểu thức gia tốc $a(t) = v'(t) = 6t + 6 \Rightarrow a(1) = 12$ (m/s²).

Bài 2. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

- a) Vận tốc của con tàu tăng trong khoảng thời gian nào ?
- b) Tính độ cao so với bề mặt Mặt Trăng của con tàu tại thời điểm vận tốc của con tàu lớn nhất.

.....

.....

.....

Bài 3. Sau khi phát hiện một bệnh dịch lở mồm long móng của đàn gia súc của một xã vùng cao, cán bộ y tế ước tính số gia súc nhiễm bệnh. Kể từ ngày xuất hiện gia súc nhiễm bệnh đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t) = 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 ngày vừa qua). Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (con/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ bao nhiêu ?

.....

.....

.....

Bài 4. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên được mô hình hóa theo phương trình $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$, ($t > 0$) với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu ?

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Một bể chứa 2m^3 nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 20 lít/phút. Biết rằng nồng độ muối trong bể sau t phút (*tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít*) là một hàm số $f(t)$, thời gian t tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y = 10$. Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1 giờ là bao nhiêu ?

Lời giải tham khảo

Ta có $2\text{m}^3 = 2000$ lít và giả sử nước muối bơm vào có nồng độ a gam/lít.
Với tốc độ bơm 20 lít/phút, sau t phút, ta có khối lượng muối trong bể là $20at$ (gam).
Thể tích của lượng nước trong bể sau t phút là $(2000 + 20t)$ (lít).

Vậy nồng độ muối sau t phút là $f(t) = \frac{20at}{2000 + 20t} = \frac{at}{100 + t}$ (gam/lít).

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{at}{100 + t} = a \Rightarrow$ Tiệm cận ngang là $y = a = 10 \Rightarrow f(t) = \frac{10t}{100 + t}$.

Nồng độ muối sau 1 giờ bơm là $f(60) = \frac{10 \times 60}{100 + 60} = 3,75$ (gam/lít).

Bài 6. Một bể chứa 3m^3 nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 25 lít/phút. Biết rằng nồng độ muối trong bể sau t phút là một hàm số $f(t)$, thời gian t tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y = 15$. Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1,5 giờ là bao nhiêu ?

Bài 7. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)$ %. Tính nồng độ của dung dịch khi thêm vào 25 gam muối tinh khiết.

Bài 8. Một công ty sản xuất ra x sản phẩm với giá bán một sản phẩm phụ thuộc vào số lượng sản xuất được mô hình hóa theo phương trình $p(x) = 1312 - 2x$. Tổng chi phí khi sản xuất x sản phẩm là $C(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 100$. Hãy tìm số sản phẩm cần sản xuất để công ty có lợi nhuận cao nhất ?

Lời giải tham khảo

Lợi nhuận của công ty được tính biểu thị qua hàm doanh thu $T(x) = x.p(x) - C(x)$.

Hay $T(x) = x(1312 - 2x) - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 100) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 100$.

Với $x > 0$, ta có: $T'(x) = -3x^2 + 150x + 312 = 0 \Leftrightarrow x = 52$ (nhận) hoặc $x = -2$ (loại).

Tính được $T(52) = 78316$ và có bảng biến thiên bên.

Từ đó thấy $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 52$.

Vậy cần sản xuất 52 sản phẩm để đạt lợi nhuận cao nhất.

x	0	52	
$T'(x)$		+	0 -
$T(x)$			$T(52)$

Bài 9. Một công ty sản xuất ra x sản phẩm với giá bán một sản phẩm phụ thuộc vào số lượng sản xuất được mô hình hóa theo phương trình $p(x) = 1000 - 25x$. Tổng chi phí khi sản xuất x sản phẩm là $C(x) = x^3 - 65x^2 + 1000x + 150$. Hãy tìm số sản phẩm cần sản xuất để công ty có lợi nhuận cao nhất ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí được mô hình hóa $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm này là bao nhiêu ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8000000 đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100000 đồng mỗi tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất ?

Lời giải tham khảo

Gọi $p(x)$ (triệu đồng) là giá thuê căn hộ một tháng, x ($x \geq 0$) là số căn hộ cho thuê hàng tháng, khi đó x cũng là số căn hộ bị bỏ trống và ta cần xác định hàm cầu.

Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỷ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm bậc nhất. Giá thuê $p = 8$ ứng với $x = 100$ và giá thuê $p = 8,1$ ứng với $x = 99$. Do đó, phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b$ đi qua hai điểm $M(100; 8)$ và $N(99; 8,1)$.

$$\text{Nghĩa là } \begin{cases} M(100; 8) \in p(x) \\ N(99; 8,1) \in p(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a + b = 8 \\ 99a + b = 8,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = 180 \end{cases} \Rightarrow p(x) = -10x + 180.$$

Hàm doanh thu là $R(x) = x.p(x) = x(-10x + 180) = -10x^2 + 180x$ với $x \geq 0$.

Ta có: $R'(x) = -20x + 180$, $R'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$.

Tính $R(9) = 810$ và có bảng biên thiên bên.

x	0	9	
$R'(x)$		+	0
$R(x)$			810

Căn cứ vào bảng biến thiên bên, ta thấy hàm số $R(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 810 khi $x = 9$. Vậy người quản lí chung cư phải cho thuê giá 9 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất.

Bài 12. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng 100 ti vi mỗi tuần. Nếu hàm chi phí hàng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra ở tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán như thế nào để lợi nhuận lớn nhất ?

Lời giải tham khảo

Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi chiếc ti vi, x là số ti vi bán mỗi tuần và cần xác định hàm cầu.

Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x (hàm bậc nhất) tỷ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm bậc nhất. Giá bán $p_1 = 14$ ứng với $x_1 = 1000$, giá bán $p_2 = 13,5$ ứng với $x_2 = 1000 + 100 = 1100$. Do đó, phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b$ đi qua hai điểm $M(1000; 14)$ và $N(1100; 13,5)$.

$$\text{Hay có } \begin{cases} M(1000; 14) \in p(x) \\ N(1100; 13,5) \in p(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1000a + b = 14 \\ 1100a + b = 13,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = 19 \end{cases} \Rightarrow p(x) = -\frac{1}{200}x + 19.$$

Hàm doanh thu từ số ti vi bán được là $R(x) = x.p(x) = x\left(-\frac{1}{200}x + 19\right) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x$.

Hàm lợi nhuận là $P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$ với $x > 0$.

Ta có: $P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22$, $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$. Tính $P(2200) = 8$ và có bảng biến thiên:

x	2200	
$P'(x)$	+	0
$P(x)$		8

Vậy số lượng tivi bán mỗi tuần là 2200 cái thì lợi nhuận cao nhất mỗi tuần là 8 triệu đồng.

Bài 13. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền 1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất ?

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 14. Một cửa hàng đồ điện dân dụng đã bán được 200 máy sấy tóc mỗi tháng với giá mỗi máy là 150 nghìn đồng. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng, đối với máy sấy tóc giảm giá 5 nghìn đồng cho người mua thì số lượng máy sấy tóc bán ra sẽ tăng thêm 20 chiếc mỗi tháng. Cửa hàng nên giảm giá bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu lớn nhất ?

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 15. Một sản phẩm được nhập với giá 15 triệu đồng/sản phẩm và được bán với giá 31 triệu đồng/sản phẩm thì mỗi tháng bán hết 600 sản phẩm. Người ta thống kê được rằng, mỗi khi khuyến mại giá bán giảm đi 1 triệu đồng/sản phẩm thì sẽ bán được thêm 100 sản phẩm một tháng. Hỏi phải bán sản phẩm với giá bao nhiêu triệu đồng để có doanh thu lớn nhất ?

.....

.....

.....

.....

Bài 16. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2025, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Qua thăm dò dư luận cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là $y(x) = -\frac{1}{50}x + 1300$, với x giá mỗi vé bơi đơn vị đồng. Hỏi doanh thu cao nhất bằng bao nhiêu ?

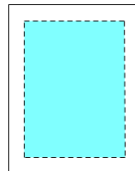
.....

.....

.....

.....

Bài 17. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm , để lề trái và lề phải đều là 2cm . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước tối ưu của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?



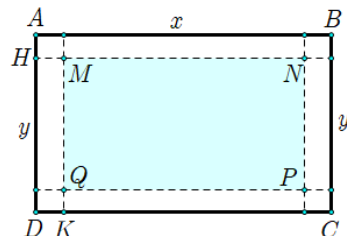
Lời giải tham khảo

Mô hình hóa thành hình vẽ bên cạnh với chiều dài trang sách là $AB = x$ (cm), chiều rộng trang sách là $BC = y$ (cm) với $0 < x$; $y \leq 384$. Khi đó:

$$\text{Diện tích một trang sách là } S_{ABCD} = xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}.$$

$$\text{Chiều dài phần in chữ } MN = AB - 2MH = x - 6.$$

$$\text{Chiều rộng phần in chữ } MQ = AD - 2QK = y - 4.$$



$$\text{Diện tích phần in chữ là } S_{MNPQ} = (x - 6)(y - 4) = (x - 6)\left(\frac{384}{x} - 4\right) = 408 - \frac{2304}{x} - 4x = f(x).$$

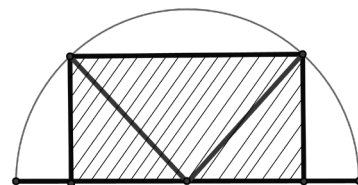
$$\text{Ta có : } f'(x) = -4 + \frac{2304}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 24 \text{ (do } x > 0).$$

Tính được $f(24) = 312$ và có bảng biến thiên bên.

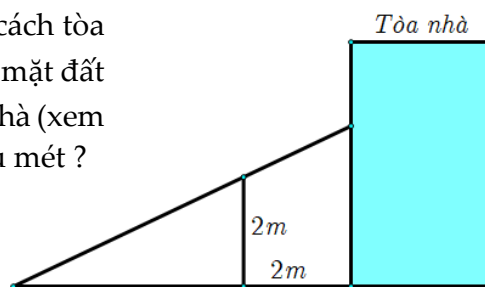
x	0	24	
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			312

Vậy phần in chữ trên sách có diện tích lớn nhất khi chiều dài trang sách là $x = 24$ (cm), chiều rộng trang sách là $y = \frac{384}{x} = 16$ (cm). Khi đó phần in chữ có diện tích lớn nhất là 312 cm^2 .

Bài 18. Một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình chữ nhật nếu một cạnh của hình chữ nhật này nằm dọc theo đường kính của đường tròn mà nó nội tiếp.



Bài 19. Một bức tường cao 2 (m) nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2 (m). Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét?



Bài 20. Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180 (ml) . Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất ?

.....

.....

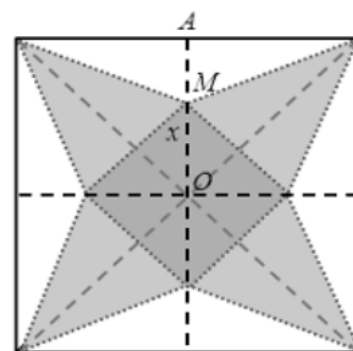
.....

.....

.....

.....

Bài 21. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 (cm) , $OM = x \text{ (cm)}$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể lớn nhất.



.....

.....

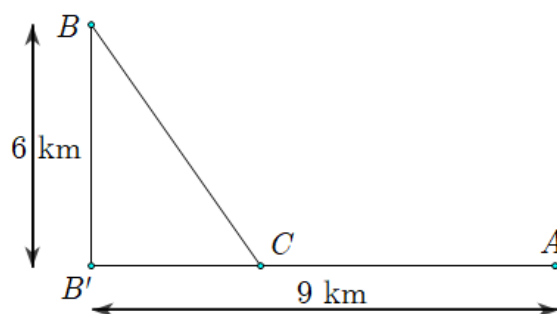
.....

.....

.....

.....

Bài 22. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km . Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 (USD) mỗi km và 130000 (USD) mỗi km để xây dưới nước. Gọi B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9 km . Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó khoảng cách từ C đến A là bao nhiêu ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

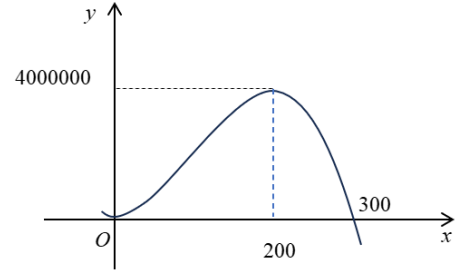
C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

PHẦN 01. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

☆☆☆

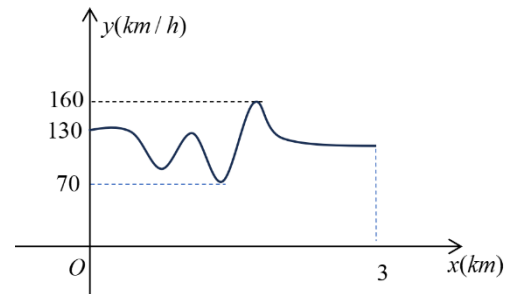
Câu 1. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 300$) được cho bởi hàm số $f(x) = -x^3 + 300x^2$ (đơn vị: đồng) và được minh họa bằng đồ thị ở hình bên dưới. Cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh nghiệp thu được lợi nhuận cao nhất ?

- A. 4000000.
- B. 300.
- C. 200.
- D. 150.



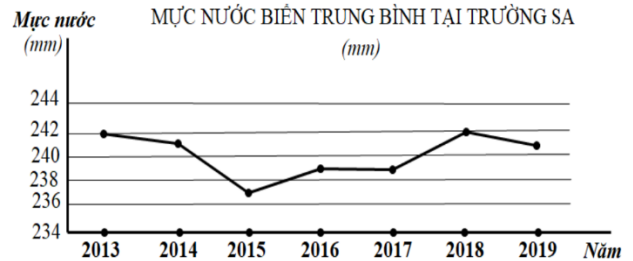
Câu 2. Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 (km). Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 (km/h).
- B. 160 (km/h).
- C. 130 (km/h).
- D. 70 (km/h).

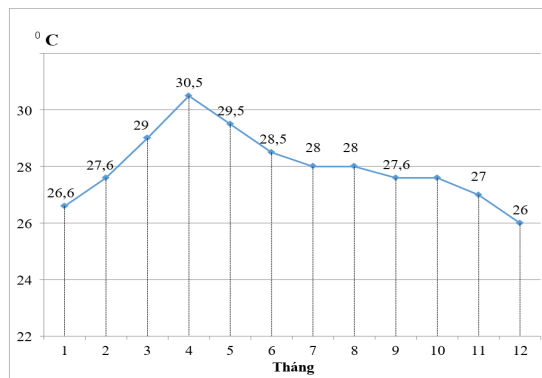


Câu 3. Mức nước biển trung bình tại trường sa từ năm 2013 đến năm 2019 được cho bởi biểu đồ trong hình bên dưới. Trong khoảng thời gian từ năm 2016 đến năm 2019, năm nào mức nước biển trung bình tại trường sa cao nhất ?

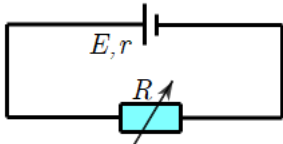
- A. 2013.
- B. 2018.
- C. 2015.
- D. 2019.



Câu 4. Hình vẽ cho biết nhiệt độ trung bình các tháng năm 2020 tại Thành phố Hồ Chí Minh đo bằng đơn vị $^{\circ}\text{C}$. Hãy cho biết trong năm 2020 tại Thành phố Hồ Chí Minh thì nhiệt độ trung bình của tháng nào cao nhất, nhiệt độ trung bình của tháng nào thấp nhất ?



- A. Nhiệt độ trung bình của tháng 6 cao nhất và tháng 12 thấp nhất.
- B. Nhiệt độ trung bình của tháng 4 cao nhất và tháng 2 thấp nhất.
- C. Nhiệt độ trung bình của tháng 4 cao nhất và tháng 12 thấp nhất.
- D. Nhiệt độ trung bình của tháng 5 cao nhất và tháng 12 thấp nhất.

- Câu 5.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^2$ trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ được tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.
- A. 2 (m/s). B. 3 (m/s).
C. 4 (m/s). D. 5 (m/s).
- Câu 6.** Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng mét/giây. Tìm gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 1$ giây.
- A. 6 (m/s²). B. 11 (m/s²).
C. 14 (m/s²). D. 20 (m/s²).
- Câu 7.** Biết điện lượng trong một dây dẫn theo thời gian được biểu thị bởi hàm số $Q = 4t^2 + 5t + 6$, t tính bằng giây và Q được tính bằng Coulomb. Tính cường độ của dòng điện trong dây dẫn tại thời điểm $t = 5$ giây.
- A. 36 (ampe). B. 41 (ampe).
C. 40 (ampe). D. 45 (ampe).
- Câu 8.** Một nguồn điện với suất điện động E và điện trở r được nối với một biến trở R như hình vẽ. Công suất tỏa nhiệt trên toàn mạch điện được tính theo công thức $P = \frac{RE^2}{(R + r)^2}$. Với giá trị nào của biến trở thì công suất tỏa nhiệt trên toàn mạch sẽ đạt cực đại ?
- 
- A. $R = r$. B. $R = 2r$.
C. $R = 3r$. D. $R = 4r$.
- Câu 9.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t) = 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 tháng vừa qua). Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ bao nhiêu ?
- A. 25. B. 30.
C. 20. D. 15.
- Câu 10.** Vi khuẩn HP (Helicobacter Pylori) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng là $F(m) = 2000 + 500 \ln(2m + 1)$ con. Biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày ? (lấy xấp xỉ hàng thập phân thứ hai). Bệnh nhân đó có cứu chữa được không ?
- A. 5433,99 con và không cứu được.
B. 1499,45 con và cứu được.
C. 283,01 con và cứu được.
D. 3716,99 con và cứu được.
- Câu 11.** Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi công thức $N(t) = \frac{25t + 10}{t + 5}$, $t \geq 0$, trong đó $N(t)$ được tính bằng nghìn người. Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn. Khi đó tốc độ tăng dân số được dự kiến vào năm 2015 thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 12. Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Khi đó, hàm doanh thu của công ty được biểu thị bởi hàm số nào.

A. $f(x) = 1000 - 25x$.

B. $f(x) = \frac{1000}{x} - 25$.

C. $f(x) = -25x^2 + 1000x$.

D. $f(x) = 1000x - 25$.

Câu 13. Một chuyến xe bus có sức chứa tối đa 60 hành khách. Nếu một chuyến xe chở x hành khách thì giá cho mỗi hành khách là $10\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Doanh thu lớn nhất của một chuyến xe bus là

A. 1,6 triệu đồng.

B. 0,6 triệu đồng.

C. 3,2 triệu đồng.

D. 1,2 triệu đồng.

Câu 14. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 10t + 2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tại thời điểm nào thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $t = 1$ (s).

B. $t = 2$ (s).

C. $t = 3$ (s).

D. $t = 6$ (s).

Câu 15. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

A. $v = 10$ (m/s).

B. $v = 12$ (m/s).

C. $v = 14$ (m/s).

D. $v = 16$ (m/s).

Câu 16. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 (m) với vận tốc ban đầu là 24,5 (m/s). Trong Vật lý, biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Tìm độ cao lớn nhất vật có thể đạt được?

A. 23,625 (m).

B. 32,625 (m).

C. 23,256 (m).

D. 32,256 (m).

Câu 17. Giả sử sự lây lan của một loài virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, ($0 \leq t \leq 12$), trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tính bằng tuần). Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh). Hỏi virus sẽ lây lan nhanh nhất khi nào?

A. $t = 9$.

B. $t = 6$.

C. $t = 8$.

D. $t = 7$.

Câu 18. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Khi đó giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = a + b$ bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. $\frac{101}{4}$.

C. 8.

D. $\frac{29}{4}$.

Câu 19. Gia đình ông An nuôi tôm với diện tích ao nuôi là $100m^2$. Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là $1 (kg/m^2)$ tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi $200 (g/m^2)$ tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu kg tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất ? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống).

A. $\frac{230}{3}$.

B. 70.

C. 72.

D. 69.

Câu 20. Một cuốn tạp chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn, chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$ (đơn vị 10 nghìn đồng). Chi phí phát hành mỗi cuốn tạp chí là 4 nghìn đồng, các khoản thu bao gồm tiền bán tạp chí và 90 triệu đồng nhận được từ quảng cáo. Số lượng tạp chí cần xuất bản để có mức lãi cao nhất là bao nhiêu ? (giả thiết rằng số cuốn in ra đều được bán hết).

A. 18000 cuốn.

B. 9000 cuốn.

C. 10000 cuốn.

D. 90000 cuốn.

Câu 21. Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hoá được cho bởi công thức $p = \frac{354}{1 + 0,01x}$, $x \geq 0$, trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Tính số đơn vị sản phẩm đã bán khi giá bán của mỗi đơn vị sản phẩm là 300 nghìn đồng.

A. 18.

B. 20.

C. 16.

D. 22.

Câu 22. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$, ($N(t)$ được tính bằng triệu người và $0 \leq t \leq 50$). Vào năm 2050 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là bao nhiêu triệu người ?

A. 1,8.

B. 1,6.

C. 1,7.

D. 1,5.

Câu 23. Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Nếu dung tích của cái hộp đó là $4800cm^3$ thì cạnh của tấm bìa có độ dài là

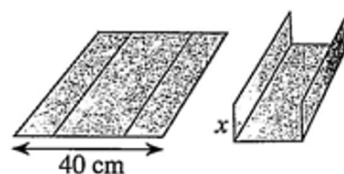
A. 38cm.

B. 42cm.

C. 36cm.

D. 44cm.

Câu 24. Bác Mười muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 40cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông sao cho độ cao hai thành rãnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước không được nhỏ hơn $150cm^2$. Bác Mười cần làm rãnh dẫn nước có độ cao ít nhất là bao nhiêu ?



A. 7cm.

B. 5cm.

C. 6cm.

D. 4cm.

PHẦN 02. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

☆☆☆

Câu 1. Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0,01x^3 - 0,04x^2 + 0,25x + 0,44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017.

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = 0,03x^2 - 0,08x + 0,25$. ☐

b) Kim ngạch xuất khẩu vào năm 2015 là 1,74 tỉ USD. ☐

c) Kim ngạch xuất khẩu lớn nhất là vào năm 2012. ☐

d) Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục từ 2010 đến 2017. ☐

Câu 2. Một con lắc giao động theo phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ (m), với t là thời gian tính bằng giây.

a) $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$. ☐

b) $s''(t) = 16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$. ☐

c) Vận tốc của con lắc tại thời điểm $t = 5(s)$ là $\approx 6,505$ (m/s). ☐

d) Gia tốc của con lắc tại thời điểm $t = 5(s)$ là $\approx 152,533$ (m/s). ☐

Câu 3. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 19,6 (m/s), thì độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t (giây) được cho bởi $h(t) = 19,6t - 4,9t^2$.

a) Vận tốc của chuyển động bằng 14,7 (m/s) khi $t = 1$ (s). ☐

b) Gia tốc của vật tại mọi thời điểm là như nhau. ☐

c) Khi vật chạm đất, vận tốc của nó bằng $v = 19,6$ (m/s). ☐

d) Vật đó đạt độ cao lớn nhất khi $t = 3$ (s). ☐

Câu 4. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, $t > 0$, $s(t)$ tính bằng mét và t tính bằng giây.

- a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ là 9 (m/s) . ☐
- b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ là $6 \text{ (m/s}^2\text{)}$. ☐
- c) Vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm $t = 2$ giây. ☐
- d) Tổng quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên là 20 mét. ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: Nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam).

- a) Điều kiện xác định là $x \geq 0$. ☐
- b) Sau 1 vụ lượng tôm trung bình trên mỗi m^2 mặt hồ tự nhiên nặng $x(108 - x^2)$. ☐
- c) Để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên thì cần thả 16 con tôm giống. ☐
- d) Lượng tôm nhiều nhất cuối vụ có thể thu hoạch được trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên là 432 (gam). ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Giả sử chi phí $C(x)$ (nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị của một loại hàng hoá nào đó được cho bởi hàm số $C(x) = 30000 + 300x - 2,5x^2 + 0,125x^3$.

- a) Hàm chi phí biên $C'(x) = 300 - 5x + 0,375x^2$. ☐
- b) Chi phí biên tại $x = 200$ là 14000 nghìn đồng. ☐
- c) Chi phí biên tại $x = a$ là 14300 nghìn đồng, nghĩa là chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hoá tiếp theo (đơn vị hàng hoá thứ $a + 1$) là khoảng 14300 nghìn đồng. ☐
- d) Chi phí sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 201 là 14 372,625 (nghìn đồng). ☐

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra.

- a) Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x.p(x)$. ☐
- b) Hàm số $f(x) = -25x^2 + 1000x$ có đạo hàm $f'(x) = 1000 - 50x$. ☐
- c) Nếu $f(x) = xp(x)$ là hàm doanh thu thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = 2$. ☐
- d) Hàm doanh thu đạt giá trị lớn nhất là 10000. ☐

Câu 8. Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất x (m^3) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là 200 (m^3). Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất x (m^3) sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm.

- a) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$. ☐
- b) Chi phí sản xuất 100 (m^3) nước tinh khiết là 20 triệu đồng. ☐
- c) $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + 5/x$. ☐
- d) Chi phí trung bình giảm khi sản lượng nước trong ngày không vượt quá 100 (m^3). ☐

Câu 9. Một con cá hồi bơi ngược dòng nước (từ nơi sinh sống) để vượt một khoảng cách 300 km (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi dòng nước đứng yên là v km/h, $v > 6$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức: $E(v) = cv^3t$, với c là một hằng số dương, E được tính bằng Jun.

- a) Vận tốc của con cá khi bơi ngược dòng nước là $v - 6$ (km/h). ☐
- b) Thời gian con cá bơi ngược dòng nước quãng đường 300 km là $t = \frac{300}{v - 6}$ giờ. ☐
- c) $E(10) = 75000$ Jun. ☐
- d) Để năng lượng tiêu hao là thấp nhất thì $v = 9$ km/h. ☐

Câu 10. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày cho số lãi $x^3 + 2x$ (triệu đồng). Máy B làm việc trong y ngày cho số lãi $326y - 27y^2$ (triệu đồng). Biết rằng hai máy A và B máy không đồng thời làm việc, máy B không làm việc quá 6 ngày.

- a) Mỗi ngày, máy A làm việc cho số lãi $x^2 + 2$ (triệu đồng). ☐
- b) Máy B làm việc trong $10 - x$ ngày cho số lãi $326x - 27x^2$ (triệu đồng). ☐
- c) Tổng số lãi của doanh nghiệp nhận được khi máy A làm việc trong x ngày và máy B làm việc trong y ngày là $f(x, y) = x^3 + 2x + 326y - 27y^2$, với $4 \leq x \leq 10$ và $y \leq 6$. ☐
- d) Số tiền lãi lớn nhất mà doanh nghiệp nhận được là 1056 (triệu đồng). ☐

Câu 11. Ông A nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con / m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con / m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5 kg ? (giả sử không có hao hụt khi nuôi).

- a) Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là 1500 con. ☐
- b) Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là 1,5 (kg). ☐
- c) Tổng trọng lượng cá thu được ở vụ này là $F(x) = -0,0652x^2 + 16x + 1500$ (kg) ☐
- d) Vụ tới ông A phải thả 488 con cá giống để tổng năng suất thu hoạch là cao nhất. ☐

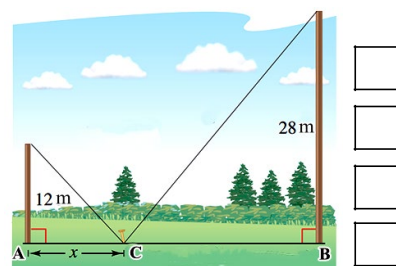
Câu 12. Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x , y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.

- a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $0,5\pi x$. ☐
- b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$. ☐
- c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$. ☐
- d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \frac{16}{8 + \pi}$. ☐



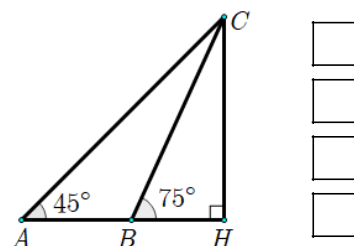
Câu 13. Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nổi từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.

- Tổng chiều dài của dây ngắn nhất thì $x \in (0; 30)$.
- Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh là $\sqrt{1684 + x^2}$.
- Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.
- Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m.



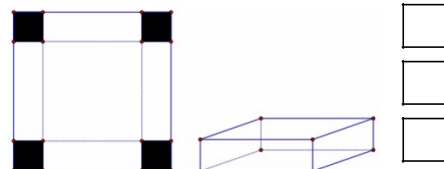
Câu 14. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng ở vị trí C . Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là 30m.

- Số đo góc $\widehat{ABC} = 115^\circ$.
- Khoảng cách từ ngọn hải đăng đến bờ biển là đoạn BC .
- Độ dài đoạn $AC \approx 79,5$ (m).
- Ngọn hải đăng cách bờ biển 56m.



Câu 15. Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh bằng 30 (cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó thành bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh x (cm), rồi gập tấm nhôm lại để thành cái hộp không nắp.

- Đáy của hộp là một hình vuông có cạnh là $(30 - x)$ (cm).
- Nếu $x = 3\text{cm}$ thì thể tích hộp bằng 1500 (cm^3).
- Thể tích hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 15$ (cm).
- Giá trị lớn nhất của hộp bằng 2000 (cm^3).



Câu 16. Người ta muốn làm một cái bình thủy tinh hình lăng trụ đứng có nắp đậy, đáy là tam giác đều để đựng 16 lít nước (xem *tấm thủy tinh làm vỏ bình là rất mỏng*). Gọi x là độ dài cạnh đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ đứng ($x, h > 0$).

a) Chiều cao của bình là $h = \frac{64\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{x^2}$. ☐

b) Diện tích toàn phần của bình là $S_{tp} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2}$. ☐

c) Để tiết kiệm chi phí nhất thì diện tích xung quanh của bình là nhỏ nhất. ☐

d) Để tiết kiệm chi phí nhất thì cạnh đáy của bình phải bằng 4 cm. ☐

PHẦN 03. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

☆☆☆

Câu 1. Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $S(t)$ (km) là hàm số phụ thuộc theo biến t (giây) theo biểu thức sau $s(t) = e^{t^2+3} + 2t \cdot e^{3t+1}$ (km). Tính vận tốc của tên lửa sau 1 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 2. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t (giờ) được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/l). Sau khi tiêm thuốc bao lâu (giờ) thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất ?

Trả lời:

Câu 3. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình của mỗi sản phẩm có ngưỡng là bao nhiêu ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 200 \cdot \left(5 - \frac{9}{2+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Số lượng sản phẩm bán được của công ty gần đạt bao nhiêu sản phẩm nếu x đủ lớn ?

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 5. Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm ?

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức: $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Với $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn, trong đó $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn. Khi đó, chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu nghìn đồng, biết nhu cầu hiện tại của nhà xuất bản không quá 40000 cuốn.

Trả lời:

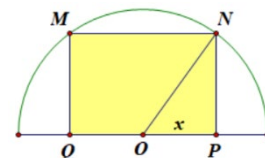
.....

.....

.....

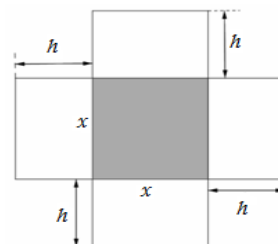
.....

Câu 7. Từ một miếng tôn dạng nửa hình tròn có bán kính $R = 4$ dm, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể cắt được là bao nhiêu ?



Trả lời:

Câu 8. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Trả lời:

Câu 9. Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là 4 dm^3 .

Trả lời:

Câu 10. Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3 \text{ (m}^3\text{)}$. Tỉ số giữa chiều cao (h) và chiều rộng của đáy (y) bằng 4. Biết rằng hố ga chỉ có các mặt bên và mặt đáy (tức không có mặt trên). Chiều dài của đáy (x) bằng bao nhiêu để người thợ tốn ít nguyên vật liệu để xây hố ga (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

Trả lời:

Câu 11. Một công ty sản xuất những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp đủ chứa được 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 12. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 2000 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi quy luật $N(t) = 2000 + \frac{500t}{100 + t^2}$ (con), với t tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 13. Một sản phẩm được nhập với giá 15 triệu đồng/sản phẩm và được bán với giá 31 triệu đồng/sản phẩm thì mỗi tháng bán hết 600 sản phẩm. Người ta thống kê được rằng, mỗi khi khuyến mại giá bán giảm đi 1 triệu đồng/sản phẩm thì sẽ bán được thêm 100 sản phẩm một tháng. Hỏi phải bán sản phẩm với giá bao nhiêu triệu đồng để có doanh thu lớn nhất ?

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 14. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Thu nhập của công ty bắt đầu giảm từ lần tăng giá thứ mấy ?

Trả lời:

.....

.....

.....

Câu 15. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có lợi nhuận cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu (đơn vị tính bằng triệu đồng và làm tròn kết quả tới hàng phần trăm) ?

Trả lời:

.....

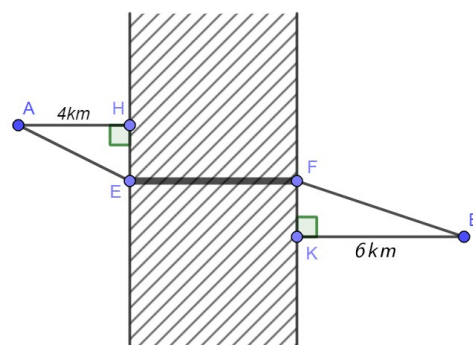
.....

.....

.....

.....

Câu 16. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $4km$ và thành phố B cách con sông một khoảng là $6km$ (hình vẽ), biết $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$) ? (kết quả làm tròn đến phần chục).



Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải từ một nhà máy. Người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ (tỉ đồng). Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để chi phí cần bỏ ra giảm liên tục mà vẫn loại bỏ được chất gây ô nhiễm lớn 50% và nhỏ hơn 53%.

Trả lời:

.....

.....

.....

.....

.....